раздел **ФИЛОСОФИЯ, СОЦИОЛОГИЯ, КУЛЬТУРОЛОГИЯ и ПОЛИТОЛОГИЯ**

УДК 16(07)

ЭВОЛЮЦИЯ МАТЕМАТИКИ В СВЕТЕ ПОСТНЕКЛАССИЧЕСКОЙ НАУЧНОЙ ПАРАДИГМЫ

© Л. Б. Султанова

Башкирский государственный университет
Россия, Республика Башкортостан, 450074 г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.
Тел./факс: +7 (347) 229 96 64.
E-mail: sultanova2002@yandex.ru

Данная статья относится к области философии математики. В работе исследуется специфика математического мышления и обосновывается тезис об эволюционном характере математического познания с учётом постнеклассической научной парадигмы. При этом автор опирается на концепцию неявного знания и эволюционный принцип. В статье раскрывается гносеологический механизм исторической эволюции математики, а также предлагается авторское видение глубинных причин возникновения проблемы формального обоснования математических оснований.

Ключевые слова: *математическое мышление, проблема обоснования оснований в математике, историческая эволюция математики, постнеклассическая научная парадигма, элиминация неявного знания, идеал математической строгости, виртуальная реальность.*

В современной эпистемологии философия математики рассматривается прежде всего как область междисциплинарного исследования, связанная и с философией, и с математикой. В отечественной философии математики разработана и обоснована деятельностная (праксеологическая) концепция обоснования математики, в рамках которой даётся компетентная критика релятивистского (социокультурного) подхода в философии математики [1]. Отечественные исследователи формулируют весьма интересный с точки зрения данной статьи, вывод о том, что сегодня «Необходима новая философия математики, проясняющая особый статус математического мышления…» [1, с. 300]. В этом утверждении обращает на себя внимание указание на необходимость исследования специфики математического мышления. В данной статье намечаются и обосновываются основные принципы такого подхода: предполагается, что они могут быть чётко сформулированы и обоснованы в рамках постнеклассической научной парадигмы. Общая идея рассматриваемого подхода была кратко изложена автором статьи на одной из прошедших международных конференций [2].

Одной из важнейших научных проблем уже на протяжении целого столетия является проблема обоснования математических оснований. Как известно, в начале двадцатого века было выдвинуто четыре программы обоснования математики: логицизм, формализм, конструктивизм, интуиционизм. Все эти математические стратегии, а также канторовская теория множеств, вызвавшая их к жизни, так и не смогли предложить финитного непротиворечивого обоснования математики [1, с. 149–150]. Кризис оснований, ради преодоления которого и выдвигались в итоге все программы обоснования математики в начале двадцатого века, в современной математике, являющейся в значительной мере результатом развития этих программ обоснования, так и не был преодолён в полной мере. Но, поскольку этот факт практически не оказал негативного влияния на последующее развитие математики, панические настроения, вызванные этим фактом и воцарившиеся в математическом сообществе во второй половине двадцатого века, по большей части улеглись, и задача обоснования, в общем-то, отошла на второй план. К тому же были предложены некоторые, в целом устраивающие математиков варианты такого обоснования, связанные в основном с обоснованием арифметики. Надо признать, что это в значительной степени успокоило многих математиков.

Однако для современной философии математики проблема крушения программ обоснования математической науки в её классической постановке, предполагающей применение только финитных средств, продолжает оставаться самой важной. В этой связи вновь, как и во времена Им. Канта, возникает вопрос о природе математического знания, о закономерностях его развития и о происхождении оснований математики. При этом выдвигаются различные подходы и версии, в основном сводящиеся к математическому эмпиризму, основателем которого является И. Лакатос [3], а также к социокультурной философии математики, идеи которой широко представлены в отечественной философии науки [4]. Поэтому вытеснение всех спорных вопросов обоснования математики за пределы математической науки на современном этапе её развития следует признать оправданным. К тому же следует учитывать, что исторически, первоначально, задача обоснования математики вообще решалась именно в рамках философии – в общегносеологическом контексте, как у Р. Декарта и Им. Канта. Общеизвестно, что, по Р. Декарту, основания математики считаются истинными вследствие своей врождённости субъекту познания, а по Им. Канту – вследствие того, что опираются на априорные формы созерцания. В двадцатом веке эта традиция была продолжена выдающимся немецким математиком Д. Гильбертом: он ввёл в строгий математический контекст философское понятие финитности [5].

В принципе философский путь в обосновании математики не является запретным и сегодня – в особенности, в условиях современной постнеклассической научной парадигмы, предоставляющей в этом плане определённые дополнительные возможности, которые будут исследованы в рамках настоящей статьи. В самом деле, представляется, что концепция неявного знания, элементы синергетического подхода и принцип полионтичности, специфичные для парадигмы неклассической науки, и взятые в качестве методологических инструментов, позволяют разработать новую эволюционную стратегию в обосновании математики, соединяющую дедукцию с элементами математического творчества. В результате впервые в философии науки и теории познания можно будет составить представление о развитии математического знания, адекватное реальной истории развития математики, в рамках которого будут учтены принципиальные особенности работы математического мышления. Заметим, что ранее, в рамках классической парадигмы развития математики, это было бы невозможно, поскольку классическое представление о том, что такое знание, является несколько ограниченным и не позволяет рассматривать математическое познание со всех сторон, во всей его полноте, с учётом всех этапов его развития: от неявной эвристики до строгой теории.

Представляется, что для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

1. Должна быть разработана концепция прироста математического знания, для чего предлагается опираться на концепцию неявного знания. Поскольку этот прирост происходит постепенно, в течение длительного времени, можно характеризовать гносеологический «механизм» этого прироста как эволюционный. Математическое знание эволюционирует в том смысле, что неявное знание постепенно элиминируется, вытесняется из математических теорий, и уровень строгости математически так же постепенно повышается, т.е. математика становится более строгой. При этом математическое знание проходит различные этапы своего развития, о чём здесь будет сказано позднее.

2. На основе включения элементов синергетики и виртуалистики должны быть сделаны два методологических дополнения к вышеназванной концепции, позволяющие в основном снять вопросы, возникшие в результате обращения к концепции неявного знания. Конкретно эти вопросы будут указаны несколько позднее, по ходу исследования.

Указанные методологические дополнения позволят придать концепции эволюции математического знания необходимую целостность. Фактически, здесь необходимо вести речь не просто об уточнении идеи математической дедукции и математического доказательства: мы имеем дело уже с процессами рационализации и обоснования дедуктивного разворачивания математической теории, что в результате позволит рационализировать весь процесс роста математического знания и тем самым приблизиться к философско-методологическому обоснованию математики в рамках неклассического научного подхода.

На деле это означает формирование нового, объёмного видения самой ситуации математического обоснования, выход её, так сказать, на уровень неклассической научной парадигмы, и получение в результате нового, современного видения статуса математического познания в целом. Иначе говоря, в соответствии с терминологией И. Лакатоса, реализация указанных задач в рамках поставленной цели позволит осуществить рациональную реконструкцию развития математики, адекватную фактам её истории, причём это будет сделано впервые не только в теории познания и философии науки, но также впервые и в рамках самой истории математики.

Каким же образом возможно решение поставленных задач?

В тезисной форме, схематично, это решение выглядит следующим образом. На основе концепции неявного знания в отечественной философии уже разработана концепция формирования и прироста математического знания, как концепция исторической эволюции математического знания от неявной эвристики – к строгой теории**.** Согласно этой концепции, математическое знание в своём эволюционном развитии проходит следующие этапы: а) этап неявной эвристики, б) этап выявленной эвристики, в) этап алгоритмизации эвристики, заканчивающийся её теоретическим осознанием как строгого математического метода; г) этап формализации строгого математического метода, ставший возможным в двадцатом веке [6, с. 62–156].

Из концепции исторической эволюции математического знания следует, что обоснование математической теории – многоэтапный исторический процесс, заключающийся в основном в экспликации неявных, скрытых её предпосылок. Эта экспликация осуществляется следующим образом: при каждом историческом повышении уровня теоретической строгости в математике, эксплицируется часть неявных предпосылок математической теории, за счёт чего достигается прирост нового математического знания. После осуществившейся экспликации вновь выявленные предпосылки включаются непосредственно в «ткань» конкретной эксплицируемой математической теории, то есть встраиваются в математическое доказательство[7].

Понятно, что для достижения абсолютной строгости в математике, достижение которой планировалось авторами классических программ обоснования математики [6, с. 157–158], необходима не только экспликация всех неявных предпосылок математической теории, но также и рационализация интуитивно-очевидных базовых оснований математики, связи которых с самой теорией также в значительной мере скрыты, то есть неявны. Однако при этом возникает серьёзная проблема, заключающаяся в том, что процесс выявления неявных предпосылок в математике вообще принципиально ничем не регламентирован и практически иррационален: закономерно, что неявные предпосылки имеют место, закономерно, что их наличие осознано современной философией математики, однако, несмотря на то что процесс выявления тоже, в общем-то, гарантирован в итоге, многое остаётся неясным.

И дело не только в том, что совершенно непонятно, каким же образом вообще возможно выявление неявных предпосылок в математическом знании, уже признанном математическим сообществом, и поэтому, несомненно, считающимся обоснованным. Совершенно непонятно, почему и каким образом вообще в мышлении математиков возникает стремление к уточнению математического знания, ведущее в итоге к повышению его уровня строгости. Ведь уточняется только уже обоснованное знание!

Такая тенденция в развитии математики наметилась ещё до обнаружения парадоксов в программах обоснования математики, разработанных в начале двадцатого века. Это было обнаружено И. Лакатосом, рассматривавшим эти изменения в оценке математиками уровня строгости своей науки как «революцию строгости», учинённую в математике Вейерштрассом [3]. То есть, само появление в начале двадцатого века классических программ обоснования математики является закономерным результатом укрепления тенденции к повышению уровня математической строгости, но возникновение этой тенденции, её абсолютизация таковыми не являются. Усиливает это непонимание тот факт, что строгость и надёжность в математике отнюдь не взаимосвязаны [6, с. 160–179].

Действительно, само понимание того факта, что данная теорема недостаточно строга, и в её доказательстве есть конкретные «пробелы», то есть, скажем, неявные леммы, весьма специфично. Дело в том, что это понимание, как представляется, может быть достигнуто только в результате творческого озарения, инсайта, то есть выхода за пределы конкретно существующего опыта математического познания, в котором задан конкретный идеал математической строгости. Необходимо учитывать, что представление об идеале математической строгости формируются в математическом сообществе на теоретически неявном уровне – их попросту нет и не может быть в учебниках – и естественным образом включаются в существующую социокультурную реальность как её неотъемлемый элемент. Каждый математик изначально руководствуется именно *таким* идеалом математической строгости. И любой иной идеал математической строгости по отношению к действующему идеалу, должен быть квалифицирован не иначе как *виртуальный,* поскольку он связан только с мышлением конкретного математика (или нескольких математиков).

Представляется, что, изучая математический текст, созданный в рамках действующего, но более слабого идеала математической строгости, любой профессиональный математик неизбежно будет переживать специфические кратковременные, но вполне отчётливые состояния, во время которых он будет испытывать ощущения «выпадения» из объективной (константной) реальности и включения в иную, виртуальную реальность. В эти моменты математик способен, так сказать, «узреть» неявные предпосылки математического доказательства. Это и происходит – чему примеров немало в истории математики. В принципе, вышеописанная ситуация зависит от квалификации математика и от его творческих способностей. Представляется, что обозначенная виртуализация, реализующаяся во время вышеописанной ситуации, не просто способствует экспликации неявных лемм в математических текстах, и, следовательно, углублению обоснования математических доказательств, но и является необходимым условием осуществления такового, то есть делает принципиально возможным само доказательство. Так что применение принципа виртуальности здесь просто необходимо: это позволяет взглянуть на процесс математического познания в целом, а не ограничиваться одним только исследованием сложившейся математической теории или её оснований, как это имело место в философии ранее, в рамках классической парадигмы [8].

Остаётся понять, почему же исторически, в развитии математики, повышение уровня строгости вообще было возможно, причём это повышение происходило последовательно, как бы в рамках вполне понятной и устойчивой тенденции. В рамках классической научной парадигмы, на основе существующего в ней принципа детерминизма, эта тенденция не имеет адекватного рационального объяснения, поскольку в рамках классического детерминизма причина будущего строго коренится в условиях настоящего или прошлого, то есть прошедшее строго порождает будущее, и будущее всегда объясняется на основе анализа прошедших событий. Но в рамках такого понимания причинности, в истории математики никаких внятно выраженных оснований для «революций строгости» мы не находим.

Представляется, что эти основания, то есть причины исторического повышения уровня строгости в математике могут быть обнаружены только в будущем, ведь именно формализация математики, последовавшая буквально сразу после резкого повышения требований к уровню строгости (то есть после обнаружения парадоксов в канторовской теории множеств, причём сама эта теория вполне может рассматриваться как проявление тенденции к повышению требований к уровню строгости в математике), может в свою очередь, рассматриваться как первый шаг к созданию электронно-вычислительных машин и последовавшей вскоре компьютерной революции. Такая специфика понимания природы причинно-следственных связей, когда будущее как бы «притягивает» к себе настоящее и, по сути, его определяет, характерна только для синергетического подхода, реализующегося в рамках постнеклассической научной парадигмы.

Вообще, на необходимость обновления принципа детерминизма в науке, указывает ещё К. Поппер в своём докладе на XVIII Всемирном философском Конгрессе в Брайтоне (Англия) [9]. Вероятностно-статистическая причинность трактуется К. Поппером как предрасположенность некоторого возможного выхода из сложившейся ситуации к реализации именно этой конкретной стратегии развития объекта, причём такая предрасположенность объективна и внутренне присуща данной ситуации как некая средняя вероятность из числа возможных исходов. Поэтому такие предрасположенности с точки зрения вероятностно-статистической причинности не просто возможны, а физически реальны, действительны как, например, грозовые тучи, сулящие реальное ненастье. Предрасположенности, по К. Попперу,– это то, что притягивает нас и манит в будущем, а не то, что полностью детерминировано прошлым.

Таким образом, с учётом терминологии К. Поппера можно заключить, что, анализируемая ситуация в историческом развитии математики (с повышением уровня строгости в математике начала 20-го века), должна трактоваться как *онтологически предрасположенная* к совершенно конкретной стратегии развития, то есть к указанному повышению уровня строгости.

В результате приходим к окончательному выводу, согласно которому без вышеописанного момента виртуализации сама экспликация неявных лемм невозможна, и, следовательно, невозможно повышение уровня строгости для всего математического знания. Следовательно, невозможно и развитие всей математики в целом – в рамках реально происходящего исторического процесса.

Представляется, таким образом, что: 1) само стремление математиков к неуклонному повышению уровня строгости своей науки не может быть объяснено с точки зрения классической парадигмы развития науки, то есть без учёта вероятностно-статической причинности в трактовке К. Поппера, характерной для синергетического подхода; 2) концепция эволюции математического знания от неявной эвристики к формальной теории должна быть дополнена элементами виртуалистики, характерной для неклассического, точнее, постнеклассического, подхода.

В итоге получаем, что, с точки зрения постнеклассической научной парадигмы, всё математическое знание, с которым имеет дело субъект математической деятельности, представляет собой многомерную матрицу, элементами которой являются не только строгие формализованные утверждения, но и скрытые леммы, неявные предпосылки, а также утверждения эвристического характера. Эта многомерная матрица нестабильна: в ней постоянно происходит эволюционный процесс, заключающийся в основном в выявлении неявных элементов, а также их последующей экспликации. «Вектор» эволюции направлен в сторону общей формализации всего математического знания, которая, однако, существенно ограничена теоремами Гёделя [10]. Поэтому основное содержание эволюции математического знания от неявной эвристики к формальной теории составляет именно уточнение его неявно-интуитивных элементов. Новое математическое знание при этом интерпретируется как неявная эвристика, нуждающаяся в дальнейшем уточнении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Перминов В. Я. Философия и основания математики. М.: Прогресс – Традиция, 2001. 320 с.
2. Султанова Л. Б. Эволюция математики в свете неклассической научной парадигмы / Тез. докл. Второй международной научной конференции «Философия математики: актуальные проблемы». 28–30 мая 2009 г. – М.: МАКС Пресс, 2009. С. 137–140.
3. Лакатос И. Доказательства и опровержения. М.: Наука, 1967. 162 с.
4. Стили в математике: социокультурная философия математики. СПб.: РХГИ, 1999. 552 с.
5. Гильберт Д. Проблемы обоснования математики // Избранные труды. Т. 1. М.: Факториал, 1998. С. 399–465.
6. Султанова Л. Б. Неявное знание в развитии математики. Уфа: РИЦ БашГУ, 2009. 260 с.
7. Султанова Л. Б. Роль неявных предпосылок в историческом обосновании математического знания // Вопросы философии. 2004, №4. С. 102–115.
8. Султанова Л. Б., Салахова Н. Р. Виртуальное измерение научного познания. // Вестник Башкирского университета. 2011. Т. 16. №3. С. 823–829.
9. Поликарпов В. С. Восточная мудрость и новейшая наука // Феномен «жизнь после смерти». Ростов н/Д: Феникс, 1995. С. 554–555.
10. Математическая Энциклопедия. Т. 5. М.: Сов. Энциклопедия, 1985. 618 с.
11. Перминов В. Я. «Предустановленная гармония» Лейбница и системный подход к обоснованию практической эффективности математики. // Российский гуманитарный журнал. 2012. Т. 1. №1. С. 42–52.
12. Ильин В. В. «Сходное» и «общее». Псевдопонятие и понятие. // Российский гуманитарный журнал. 2012. Т. 1. №1. С. 42–52.

Поступила в редакцию 03.02.2013 г.