

УДК 532.1+519.633.2+517.962.8

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРАЦИИ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧНОЙ НЕФТИ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ВЯЗКОСТИ ОТ ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ

© Н. Н. Морозкин

*Башкирский государственный университет
Россия, Республика Башкортостан, 450076 г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.*

Тел.: +7 (347) 273 32 87.

Email: nnm_89@mail.ru

В работе исследуется задача фильтрации вязко-пластичных типов нефти, для которых нарушается линейный закон фильтрации. Предлагается математическая модель процесса фильтрации, в которой учитывается не только нелинейная зависимость скорости фильтрации от градиента давления, но и зависимость от градиента давления коэффициента вязкости. Такой подход позволяет, по сравнению с результатами других авторов, более точно учесть физику процесса фильтрации в вязко-пластичных типах нефти. Также данный подход позволяет варьировать уровень гладкости функции зависимости вязкости от градиента давления. Для численной реализации поставленной задачи использовался метод конечных разностей, неявная разностная схема. На каждом шаге по времени система нелинейных уравнений решалась методом Ньютона. В статье приведена таблица показывающая, как гладкость функции зависимости вязкости от градиента давления влияет на сходимость итерационного процесса. Приведены результаты вычислительных экспериментов, подтверждающие эффективность предложенного алгоритма.

Ключевые слова: *фильтрация, вязко-пластичная нефть, неравномерная сетка, метод Ньютона, неявная разностная схема, нелинейно-вязкая нефть, застойные зоны, неньютоновская жидкость.*

Введение

Одной из проблем разработки нефтяных месторождений является добыча трудноизвлекаемых запасов. Согласно оценкам, их количество в России может достигать 25–50 млрд т. По реологическим характеристикам многие нефти подобных месторождений можно отнести к неньютоновским жидкостям.

Для данного типа жидкостей наблюдается нарушение линейного закона фильтрации. Такие жидкости делятся на следующие группы: нелинейно-вязкие, с нестационарными характеристиками и вязкоупругие. Нелинейно-вязкие, в свою очередь, делятся на вязко-пластичные, псевдопластичные и дилатантные [1]. Вязко-пластичная нефть обладает следующими свойствами: при градиенте давления ниже предельного она проявляет пластичные свойства, при градиенте давления, превышающем предельный, проявляет свойства вязких жидкостей. В настоящей работе исследуются вязко-пластичные нефти.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическая модель радиально симметричного в окрестности скважины процесса фильтрации описывается следующими уравнениями:

$$m \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r \rho \bar{v}] = 0 \quad (1)$$

$$\bar{v} = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (2)$$

$$\rho = \rho(p), \quad (3)$$

С ограничениями

$$\begin{aligned} R_w \leq r \leq R_k \\ 0 \leq t \leq t_k \end{aligned} \quad (4)$$

Начальным и граничными условиями

$$\begin{aligned} P(R_w) &= P_0 \\ P(R_k) &= R_k \\ P(0) &= P_0 \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь ρ – плотность, \bar{v} – скорость фильтрации, K – коэффициент проницаемости, p – давление, μ – вязкость среды, m – пористость среды.

Функция (3) предполагается линейной.

ЗАДАЧА. Рассчитать зависимость давления от радиуса и времени в случае, когда нефть обладает вязко-пластичными свойствами.

2. АППРОКСИМАЦИЯ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ОТ ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ

Для вязко-пластичной нефти чаще всего функцию скорости (2) рассматривают в следующем виде (6):

$$\begin{aligned} \bar{v} &= -\frac{K}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial r} - G \right), \text{ если } \frac{\partial p}{\partial r} > G \\ \bar{v} &= 0, \text{ если } \frac{\partial p}{\partial r} \leq G \end{aligned} \quad (6)$$

где G – имеет название градиент сдвига.

Данная постановка задачи применялась, например, в работе [3]. Однако, как указано в [4, 5], данная постановка задачи не отражает реальные условия фильтрации вязко-пластичных нефтей,

поскольку скорость фильтрации на практике хотя и очень мала, когда градиент давления меньше градиента сдвига, но отлична от нуля. Предположение, что скорость фильтрации равна нулю, если градиент давления меньше градиента сдвига, приводит к образованию застойных зон в поле фильтрации [2]. Это создает дополнительные трудности и при численном решении.

Для исключения застойных зон в [2] предложены способы моделирования зависимости скорости от градиента давления с помощью функций (7) и (8)

$$\bar{v} = -\frac{K}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial r} - G \right), \text{ если } \frac{\partial p}{\partial r} > G \quad (7)$$

$$\bar{v} = -\varepsilon \frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}, \varepsilon = \text{const} \ll 1, \text{ если } \frac{\partial p}{\partial r} \leq G$$

$$\bar{v} = -\frac{K}{\mu} \left(1 - \left(\frac{\partial p}{\partial r} / G \right) \left(1 - e^{-G \frac{\partial p}{\partial r}} \right) \right) \frac{\partial p}{\partial r} \quad (8)$$

Однако данные способы также имеют некоторые недостатки. Так функция (7) не является гладкой, а функция (8) хоть и является всюду дифференцируемой, но недостаточно отражает «физику» данного процесса.

Чтобы избавиться от этих недостатков, предлагается аппроксимировать зависимость скорости от градиента давления следующим образом:

$$\bar{v} = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)} \quad (9)$$

$$\mu \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) = \left(\frac{muV}{1 + e^{-glad \left(\frac{\partial p}{\partial r} - G \right)}} + muN \right), \quad (10)$$

где muV – вязкость жидкости до преодоления градиента сдвига, muN – вязкость жидкости после преодоления градиента сдвига, $glad$ – параметр, который отвечает за гладкость функции.

Преимущество данного способа моделирования, по сравнению со способами (6)–(8), состоит не только в более тонком описании процесса фильтрации (от градиента давления зависит и скорость и вязкость, что более «физично»), но и в возможности регулирования уровня гладкости функции в зависимости от свойств нефтяного пласта.

На рис. 1 и рис. 2 представлены графики функции вязкости (10) и скорости (9) от градиента

давления, при следующих входных параметрах: $muV = 0.1$, $muN = 0.001$, $G = 1.5$, $glad = 10$, $k = 10^{-13}$

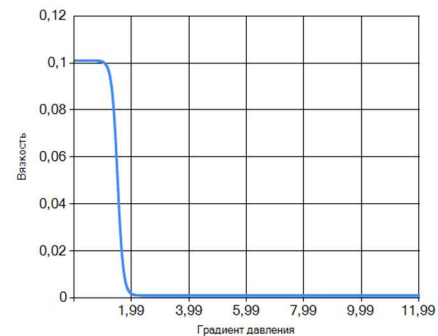


Рис. 1. Зависимость вязкости от градиента давления.

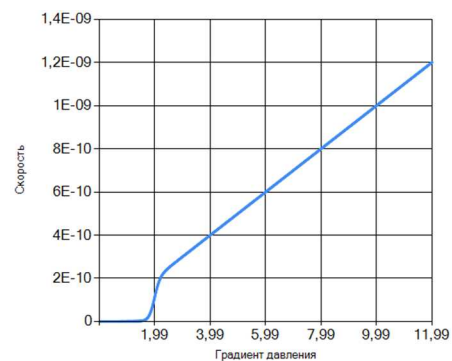


Рис. 2. Зависимость скорости от градиента давления.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Поставленная задача решалась с использованием разностной схемы, приведенной в работе [6]. Для решения получавшихся на каждом шаге систем нелинейных уравнений использовался метод Ньютона с регулировкой шага. Зависимость скорости и вязкости от градиента давления и аппроксимировалась с помощью функций (9) и (10).

В расчетах использовались следующие исходные данные: $\rho(p) = \rho_0(1 + Be(p - P_0))$, $R_w = 0.1$ м; $R_k = 100$ м; $m = 0.2$; $k = 10^{-13}$ м²; $Be = 0.00000001$ 1/Па; $\rho_0 = 1000$ кг/м³; $P_0 = 10000000$ Па; $P_k = 5000000$ Па; $muN = 0.1$ Па·с; Градиент сдвига $G = 1.5$ Па/м; $muV = 0.001$ Па·с.

В табл. 1 показана зависимость шага в методе Ньютона и количества итераций от гладкости функции вязкости.

Таблица 1

Зависимость шага в методе Ньютона и количества итераций от гладкости функции вязкости

Количество шагов по координате	Количество шагов по времени	$glad$	Шаг в методе Ньютона	Максимальное число итераций	Среднее число итераций
1000	4800	1	0.7	28	19.6033
1000	4800	10	0.5	44	33.5585
1000	4800	50	0.1	243	197.585
1000	4800	100	0.05	484	390.926

На рис. 3 показаны получившиеся графики распределения давления при различных временных интервалах протекания процесса фильтрации. С целью ускорения расчетов использовалась неравномерная сетка, которая была построена по способу, указанному в [6].

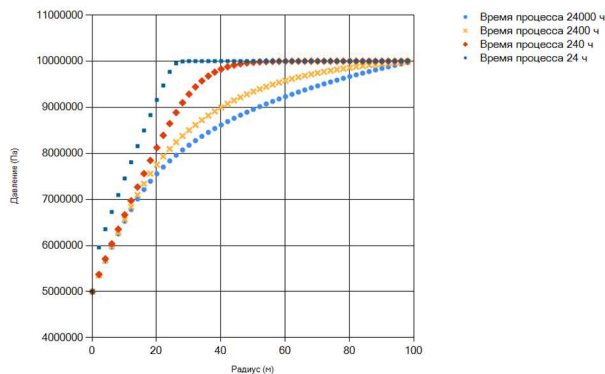


Рис. 3. Зависимость давления от радиуса для разного времени протекания процесса.

На рис. 4 и 5 приведены зависимости давления и скорости от времени в призабойной зоне.

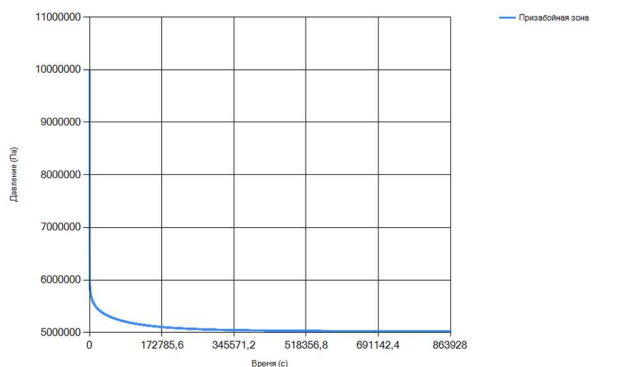


Рис. 4. Зависимость давления от времени в призабойной зоне.

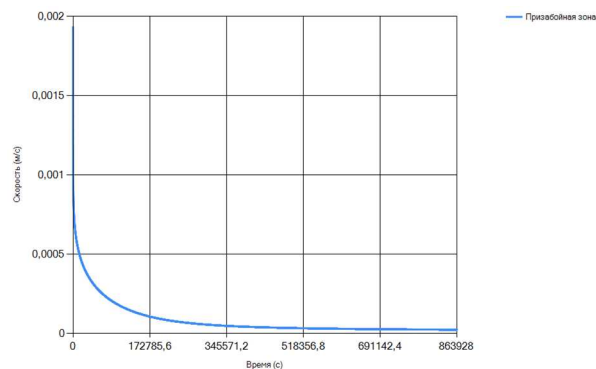


Рис. 5. Зависимость скорости от времени в призабойной зоне.

Проведенный вычислительный эксперимент показал, что предложенный способ моделирования позволяет достаточно эффективно решить задачу расчета давления в случае вязко-пластичных нефтей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мирзаджанзаде А. Х., Хасанов М. М., Бахтизин Р. Н. Эпюды о моделировании сложных систем нефтедобычи. Нелинейность, неравновесность, неоднородность. Уфа: Гилем, 1999. 464 с.
2. Алишаев М. Г., Розенберг М. Д., Теслюк Е. В. Неизотермическая фильтрация при разработке нефтяных месторождений. М.: Недра, 1985. 271 с.
3. Хайдар А. М. Расчетные исследования фильтрации вязко-пластичной нефти при электромагнитном нагреве. Нефтегазовое дело, 2006.
4. Желтов Ю. П. Механика нефтегазового пласта. М.: Недра, 1975. 216 с.
5. Басниев К. С., Кочина И. Н., Максимов В. М. Подземная Б 27 гидромеханика: Учебник для вузов. М.: Недра, 1993.
6. Морозкин Н. Н., Садретдинов А. А. Решение одной задачи фильтрации с использованием неравномерных сеток по пространству // Вестник Башкирского университета. 2013. Т. 18. №4. С. 965–968.

Поступила в редакцию 25.09.2014 г.

**MODELING OF THE PROCESS OF FILTRATION OF VISCO-PLASTIC OIL
TAKING INTO ACCOUNT THE DEPENDENCE OF VISCOSITY
ON THE GRADIENT OF PRESSURE**

© N. N. Morozkin

*Bashkir State University
32 Zaki Validi St., 450076 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*

Phone: +7 (347) 273 32 87.

Email: nnm_89@mail.ru

The problem of filtration of visco-plastic types of oil, for which the linear filtration law is disturbed, is studied. The mathematical model of the process of filtration of visco-plastic oil is proposed in which not only non-linear dependence of speed of filtration on the gradient of pressure, but also the dependence of coefficient of viscosity on gradient of pressure are taken into account. The approach proposed, comparing it with the approaches of the other authors, makes it possible to consider the physics of the process of filtration of visco-plastic types of oil more precise. The proposed approach also makes it possible to vary the level of smoothness of viscosity function depending on gradient pressure. The finite difference method, the implicit difference scheme, is used for the numerical realization of the problem suggested. The system of non-linear equations is solved on each step in time with the help of the Newton method. The suggested table shows how the smoothness of the viscosity function depending on gradient of pressure influences the convergence of iteration process. The results of the calculating experience that prove the effectiveness of the algorithm are suggested.

Keywords: *filtration, visco-plastic oil, non-uniform mesh, Newton's method, implicit difference scheme, nonlinear-viscous oil, stagnant zones, non-Newtonian fluid.*

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at bulletin_bsu@mail.ru if you need translation of the article.

REFERENCES

1. Mirzadzhanzade A. Kh., Khasanov M. M., Bakhtizin R. N. Etyudy o modelirovanii slozhnykh sistem nefte dobychi. Nelineinost', neravnovesnost', neodnorodnost' [Studies on the Modeling of Complex Systems of Oil Production. Nonlinearity, Disequilibrium, Heterogeneity]. Ufa: Gilem, 1999.
2. Alishaev M. G., Rozenberg M. D., Teslyuk E. V. Neizotermicheskaya fil'tratsiya pri razrabotke neftyanykh mestorozhdenii [Nonisothermal Filtration in the Development of Oil Fields]. Moscow: Nedra, 1985.
3. Khaidar A. M. Raschetnye issledovaniya fil'tratsii vyazko-plastichnoi nefi pri elektromagnitnom nagreve [Computing Studies of Filtration of Viscous-plastic Oil with Electromagnetic Heating]. Neftegazovoe delo, 2006.
4. Zheltov Yu. P. Mekhanika neftegazonosnogo plasta [Mechanics of Oil and Gas Reservoir]. Moscow: Nedra, 1975.
5. Basniev K. S., Kochina I. N., Maksimov V. M. Podzemnaya B 27 gidromekhanika: Uchebnyk dlya vuzov [27 Hydromechanics: Textbook for High Schools]. Moscow: Nedra, 1993.
6. Morozkin N. N., Sadretdinov A. A. Vestnik Bashkirskogo universiteta. 2013. Vol. 18. No. 4. Pp. 965–968.

Received 25.09.2014.