

УДК 536.24

ИССЛЕДОВАНИЕ НАГРЕВА ТЕЛ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ТЕРМОНАПРЯЖЕНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ КОЭФФИЦИЕНТА ЛИНЕЙНОГО РАСШИРЕНИЯ

© Н. Д. Морозкин¹, В. И. Ткачев^{2*}

¹Башкирский государственный университет
Россия, Республика Башкортостан, 450076 г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.

²Институт развития образования Республики Башкортостан
Россия, Республика Башкортостан, 450005 г. Уфа, ул. Мингажева, 120.

Тел./факс: +7 (347) 2288051.

*Email: tvi-vlad@mail.ru

Предложен численный алгоритм расчета температурных полей и термонапряжений при нагреве тел со сложной геометрией с использованием метода конечных элементов. Расчеты проводятся при различных значениях коэффициента линейного расширения. В качестве примера приведены расчеты для стопора-моноблока, используемого при непрерывном литье заготовок. Предложен способ определения максимального значения коэффициента линейного расширения, при котором изделие в процессе нагрева не разрушится от термонапряжений. Разработан комплекс программ, позволяющий рассчитывать температурные поля и температурные напряжения в различных телах со сложной геометрией, определять верхнюю границу изменения коэффициента линейного расширения, при котором нагреваемое изделие не разрушается от возникающих термонапряжений.

Ключевые слова: температурное поле, термические напряжения, теплообмен, коэффициент линейного расширения, метод конечных элементов.

Введение

Серьезной проблемой в металлургической промышленности являются сильные деформации и разрушение узлов металлургических агрегатов вследствие термических напряжений. Поскольку во время эксплуатации этих узлов на их поверхности происходит очень интенсивный теплообмен, при вычислении температурных полей и термонапряжений важную роль играют особенности теплообмена на поверхности и форма рассчитываемого узла. На сегодняшний день теоретические исследования термонапряженного состояния в узлах металлургических агрегатов основываются на одномерных моделях. Так, например, в работах [1, 2] форма футеровки оборудования учитывалась только при исследовании температурных полей, термонапряжения рассчитывались только для одномерных случаев. Термические напряжения в областях сложной геометрической формы не достаточно изучены, несмотря на практическую важность.

Данная работа посвящена разработке алгоритма исследования динамики температурных полей и термонапряжений в областях сложной геометрической формы при различных значениях коэффициента линейного расширения на основе метода конечных элементов. На примере стопора-моноблока исследована динамика температурного поля и термических напряжений.

В представленной работе рассматривается случай, когда стопорный механизм закрыт, т.е. стопор-моноблок плотно закрывает стакан промежуточного ковша. Моделирование нестационарных температурных полей и динамики термических напряжений, возникающих в стопоре-моноблоке, начинается с

момента быстрого заполнения промежуточного ковша расплавленным металлом. Предполагается, что теплообмен с металлом происходит сразу по всей рабочей поверхности стопора-моноблока. При вычислении температурных полей учитывается теплообмен, возникающий при контакте верхней части стопора с металлическим узлом крепления. Считаем, что температура воздуха внутри стопора-моноблока изменяется равномерно. Предполагается, что стопор-моноблок изготовлен из шамотной керамики, которая считается изотропной. Поверхность стопора-моноблока полагается свободной от механических нагрузок.

Решение задачи осуществляется в рамках осесимметричной модели теории упругости в квазистатическом приближении [3]. Эта модель используется при исследовании влияния величины линейного расширения на термические напряжения в керамическом стопоре-моноблоке и определяется максимальное значение коэффициента линейного расширения, превышение которого приводит к разрушению стопора-моноблока.

Постановка задачи

Область $\Omega \subset R^3$ – осесимметричная модель изделия
границей $\Gamma \subseteq \partial\Omega$,
 $\Gamma \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5 \cup \Gamma_6 \cup \Gamma_7$, $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$,
где Ω_1 – керамическая часть стопора-моноблока,
 Ω_2 – металлическое крепление (рис.1).

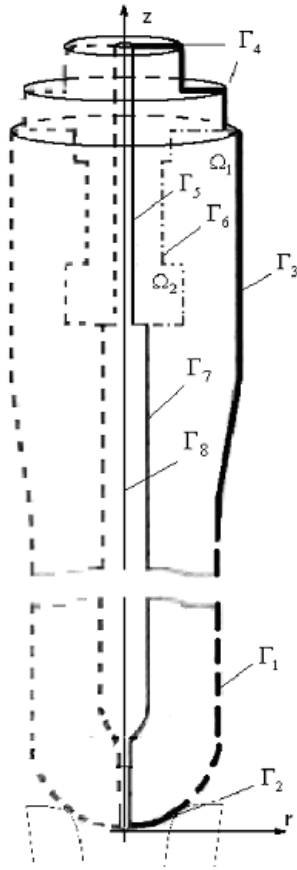


Рис. 1. Осесимметричная модель стопора-моноблока.

Распределение температуры $T(r, z, t)$ в области Ω описывается уравнением теплопроводности

$$\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_s \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad s = c, st, \quad (1)$$

где точка $(r, z) \in \Omega, t \in [0, \bar{T}]$, ρ_s – плотность, c_s – теплоемкость, λ_s – коэффициент теплопроводности, c – керамика, st – сталь.

Предполагается, что температура в начальный момент времени распределена равномерно по всему изделию

$$T(r, z, t)|_{t=0} = T_0, \quad (2)$$

Условия теплообмена на границе можно представить в виде

$$\begin{aligned} \lambda_c \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial n} \Big|_{\Gamma_1} &= \alpha_m (T - T_m), \\ \lambda_c \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2} &= \alpha_a (T - T_a), \\ \lambda_{st} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial n} \Big|_{\Gamma_4} &= \alpha_a (T - T_a), \\ \lambda_{st} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial n} \Big|_{\Gamma_5} &= \alpha_{in} (T - T_{in}), \\ \lambda_c \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial n} \Big|_{\Gamma_6} &= \lambda_{st} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial n} \Big|_{\Gamma_6}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\lambda_{st} \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial n} \Big|_{\Gamma_7} = \alpha_{in} (T - T_{in}),$$

здесь α_m – коэффициенты теплообмена с металлом, T_m – температура расплавленного металла, α_a – коэффициент теплообмена с воздухом снаружи стопора, T_a – температура воздуха в цехе, α_{in} – коэффициент теплообмена внутри стопора-моноблока, T_{in} – температура воздуха внутри стопора-моноблока, \mathbf{n} – вектор внешней нормали к границе области Ω .

Уравнение теплопроводности для изменения температуры воздуха внутри стопора-моноблока имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_a} \rho_a c_a T_a(r, z, t) dV_a = \int_{\Gamma_5 \cup \Gamma_7} \lambda_a \frac{\partial T(r, z, t)}{\partial n} d(\Gamma_5 \cup \Gamma_7), \quad (4)$$

где ρ_a – плотность воздуха, c_a – теплоемкость воздуха, V_a – объем воздуха.

Термические напряжения рассчитываются только в области Ω_1 , так как поверхность стопора-моноблока предполагается свободной от механических нагрузок. Напряженное состояние, возникающее в области Ω_1 , описывается уравнениями

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

здесь σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, $i, j = r, z, \theta$. Граничные условия на поверхности изделия для уравнений равновесия в рассматриваемом случае имеют вид

$$\begin{cases} \sigma_{rr} n_r + \sigma_{rz} n_z = 0 \\ \sigma_{rz} n_r + \sigma_{zz} n_z = 0 \end{cases}, \quad (6)$$

где n_r, n_z – направляющие косинусы внешней нормали к границе.

Интенсивность теплопередачи от жидкого металла к керамической футеровке ковша рассчитывается по зависимости предложенной С. С. Кутателадзе [4]. Согласно работе [5] полученное таким образом значение коэффициента теплообмена оказывается ближе всего к экспериментальным значениям. Число Нуссельта этой зависимости имеет вид

$$Nu \approx 1,1 \sqrt{(1 - Pr^{1/3}) Re},$$

где Pr – число Прандтля, определяемое экспериментально, Re – критерий Пекле. Число Пекле в свою очередь определяется по формуле

$$Re = \omega L / a_m,$$

здесь ω – скорость конвективных потоков жидкости, a_m – коэффициент температуропроводности металла, L – характерный размер.

По результатам исследования процессов разливки металла в работе [5] установлено что, средние

значения скоростей у стенок футеровки промежуточного ковша находятся в пределах $\omega = 0,01 - 0,015$ м/с, соответственно небольших числах Рейнольдса, что характерно для ламинарного режима теплообмена.

Вычислив число Нуссельта, коэффициент теплообмена можно получить по формуле

$$\alpha_m = \lambda_m \cdot Nu / L.$$

Теплопередача при высоких температурах происходит одновременно излучением и конвекцией, поэтому коэффициент теплообмена представляется в виде

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_{\text{rad}} + \alpha_{\text{conv}}.$$

Здесь α_{rad} – коэффициент теплопередачи излучением, α_{conv} – коэффициент теплопередачи конвекцией.

Полагаем, что теплообмен стопора с воздухом происходит при свободной конвекции. Для расчета коэффициента теплообмена при свободной конвекции используем, рассмотренные в работах [6, 7], эмпирические формулы, характеризующие интенсивность теплообмена

$$Nu = B \cdot (Gr \cdot Pr_a)^n,$$

где B и n – эмпирические константы, Gr – число Грасгофа, Pr_a – число Прандтля для воздуха. Число Грасгофа определяется выражением

$$Gr = \beta_a (T - T_a) g l^3 / \nu_a^2,$$

здесь β_a – коэффициент объемного расширения воздуха, g – ускорение свободного падения, l – характерный размер задачи, ν_a – коэффициент кинематической вязкости воздуха, Pr_a – число Прандтля для воздуха.

Используя число Нуссельта, коэффициент теплообмена стопора-моноблока с воздухом можно вычислить по формуле

$$\alpha_a = k_a \cdot Nu / l,$$

где k_a – теплопроводность воздуха.

При расчете плотности теплового потока в лучепрозрачную среду применяется формула

$$q_{\text{rad}} = C_{\text{rd}} \cdot \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_a}{100} \right)^4 \right],$$

где через C_{rd} – обозначен приведенный коэффициент излучения, T_c – температура керамического изделия, T_a – температура воздуха.

Коэффициент теплопередачи излучением вычисляется по формуле

$$\alpha_{\text{rad}} = C_{\text{rd}} \cdot \left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_a}{100} \right)^4 / (T_c - T_a).$$

Считаем, что стопор-моноблок изготовлен из шамотной керамики. Для шамотной керамики характерно хрупкое разрушение в широком диапазоне температур, следовательно, оценку допустимых

напряжений можно проводить, используя первую теорию прочности, основанную на критерии ограничения максимальных и минимальных главных напряжений. Для вычисления главных напряжений из компонент тензора напряжений составляются инварианты, по которым формируется характеристическое уравнение. Главные напряжения являются корнями кубического уравнения

$$S^3 - I \cdot S^2 + II \cdot S - III = 0,$$

где I, II, III – инварианты тензора напряжений. Все три корня этого уравнения являются вещественными, поэтому его можно решить с помощью формул Кардано для случая вещественных корней.

Необходимо определить максимальное значение коэффициента линейного расширения, превышение которого приводит к разрушению стопора-моноблока.

Для решения нестационарной задачи теплопроводности (1)–(3) используется метод конечных элементов в сочетании с методом Галеркина [8]. Задача термоупругости (5)–(6) решается методом конечных элементов на основе принципа виртуальных перемещений [9, 10], применяя полученное распределение температуры. Решение задач (1) – (3) и (5) – (6) сводится к последовательному решению систем линейных алгебраических уравнений, которые решаются методом Зейделя. Так как предполагается, что температура в пробке и трубке изменяется равномерно, уравнение (4) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению, которое решается методом Эйлера.

Результаты вычислений и их анализ

В проведенном исследовании используется осесимметричная конечно-элементная модель стопора-моноблока. При построении конечно-элементной модели плотность распределения элементов определялась постановкой задачи и геометрией узла. Вблизи к рабочей поверхности плотность элементов увеличена, так как температура на рабочей поверхности, а следовательно и термические напряжения будут изменяться очень сильно.

При вычислении предполагается, что начальная температура стопора-моноблока равна $T_0 = 950$ °С, которую он имеет после предварительного разогрева, а также предполагается, что расплавленный металл поступает в промежуточный ковш при температуре $T_m = 1500$ °С. Под начальной температурой стопора-моноблока подразумевается равномерное распределение температуры по всему объему. Механические и теплофизические характеристики материала стопора-моноблока считаем постоянными $\rho = 2090$ кг/м³, $c = 1063$ Дж/кг·К, $\lambda = 3,88$

Вт/м·К, $E = 7,11 \cdot 10^9$ Па, $\mu = 0,22$. Пределы прочности на растяжение и на сжатие соответственно равны $\sigma_{\text{tens}} = 4,32 \cdot 10^6$ Па, $\sigma_{\text{comp}} = 3,60 \cdot 10^7$ Па.

Вычислительные эксперименты проведены для значений коэффициента линейного расширения из диапазона $0 \leq \alpha_T \leq 1,6 \cdot 10^{-6}$, длительностью $t = 350$ сек.

На рис. 2 показана динамика максимальных растягивающих термоупругих напряжений при коэффициентах линейного расширения $\alpha_T = 1,3 \cdot 10^{-6}$ 1/К (линия 1) и $\alpha_T = 1,5 \cdot 10^{-6}$ 1/К (линия 2). Пределу прочности материала на растяжение соответствует линия 3.

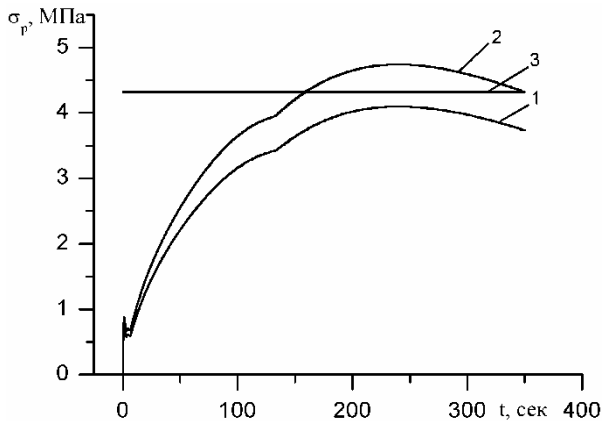


Рис. 2. Динамика максимальных растягивающих термических напряжений [Па] при $\alpha_T = 1,3 \cdot 10^{-6}$ [1/К] (1) и $\alpha_T = 1,5 \cdot 10^{-6}$ [1/К] (2), предел прочности материала на растяжение [Па] (3).

При сравнении величины термических напряжений с пределом прочности видно, что при коэффициенте линейного расширения $\alpha_T = 1,5 \cdot 10^{-6}$ 1/К максимальные растягивающие термические напряжения превышают предел прочности. Такие термические напряжения могут привести к разрушению стопора-моноблока. При коэффициенте линейного расширения $\alpha_T = 1,3 \cdot 10^{-6}$ 1/К термические напряжения не превышают допустимых значений.

Сравнение графиков динамики максимальных сжимающих термонапряжений (линии 1, 2) и предела прочности на сжатие (линия 3) показывает, что максимальные сжимающие термонапряжения при значениях коэффициента линейного расширения $\alpha_T = 1,3 \cdot 10^{-6}$ 1/К и $\alpha_T = 1,5 \cdot 10^{-6}$ 1/К, не превышают предела прочности на сжатие (рис. 3).

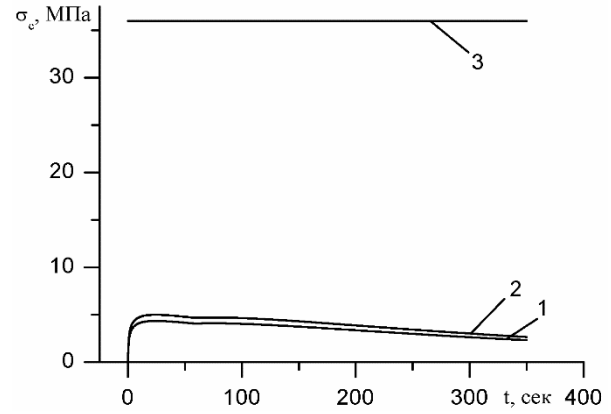


Рис. 3. Динамика максимальных сжимающих термических напряжений [Па] при $\alpha_T = 1,3 \cdot 10^{-6}$ [1/К] (1) и $\alpha_T = 1,5 \cdot 10^{-6}$ [1/К] (2), предел прочности материала на сжатие [Па] (3).

На рис. 4 показана зависимость максимальных растягивающих термических напряжений (линия 1) от коэффициента линейного расширения в сравнении с пределом прочности на растяжение (линия 2). Представленная зависимость позволяет увидеть, что термические напряжения в стопоре-моноблоке при заданных выше условиях не превышают допустимых значений прочности на растяжение, если коэффициент расширения не превышает значения $1,35 \cdot 10^{-6}$.

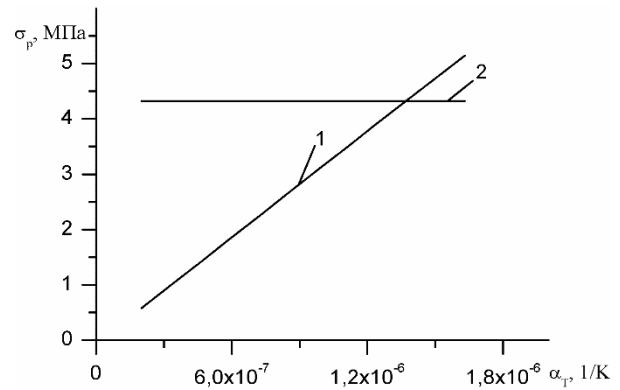


Рис.4. Зависимость максимальных растягивающих термических напряжений [Па] от коэффициента линейного расширения [1/К] (1), предел прочности материала на растяжение [Па] (2).

На рис. 5 представлена зависимость максимальных сжимающих термических напряжений (линия 1) от коэффициента линейного расширения в сравнении с пределом прочности на сжатие (линия 2).

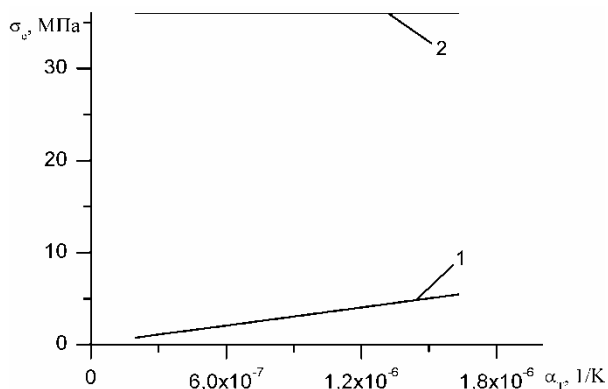


Рис. 5. Зависимость максимальных сжимающих термических напряжений [Па] от коэффициента линейного расширения [1/К] (1), предел прочности материала на сжатие [Па] (2).

В рассматриваемом диапазоне значений коэффициента линейного расширения к разрушению стопора могут привести только растягивающие термонапряжения.

Таким образом, в результате анализа максимальных термонапряжений при различных значениях коэффициента линейного расширения из диапазона $0 \leq \alpha_T \leq 1,6 \cdot 10^{-6}$ установлено, что для заданных условий растягивающие термические напряжения в стопоре-моноблоке не достигают критических значений, при значениях коэффициента линейного расширения материала менее $1,35 \cdot 10^{-6}$.

Заключение

Разработан комплекс программ для исследования динамики температурного поля и термических напряжений в осесимметричных и трехмерных моделях. Алгоритм вычислений основан на методе конечных элементов, который позволяет рассчитывать

термические напряжения в моделях произвольной формы. Кроме того, представленный алгоритм позволяет проводить численные эксперименты при изменении коэффициента линейного расширения материала, и определять его максимальное допустимое значение, при заданных условиях.

Изучение термических напряжений может быть полезно для технологов при определении оптимальной геометрической формы изделия. Определяемые значения коэффициента линейного расширения материала для каждого конкретного изделия, при которых не происходит разрушения, могут быть использованы в качестве рекомендуемых при подборе материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заболотский А. В. Моделирование температурного поля футеровки сталеразливочного ковша. Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84, №2. С. 318–323.
2. Заболотский А. В. Моделирование остывания сталеразливочного ковша. Инженерно-физический журнал. 2013. Т. 86, №1. С. 191–195.
3. Морозкин Н. Д., Ткачев В. И., Чудинов В. В. Влияние коэффициента теплового расширения на термоупругие напряжения в керамической пробке. Вестник Оренбургского государственного университета. 2014. №9. С.103–107.
4. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена, Москва: Атомиздат, 1979.
5. Жиганов Н. К. Моделирование процессов непрерывного литья цветных металлов и их сплавов, Тверь: ТГТУ, 2007.
6. Матрюков Б. С. Теплотехнические расчеты промышленных печей, Москва: Металлургия, 1972.
7. Кислицын А. А. Основы теплофизики, Тюмень: Издательство ТюмГУ, 2002.
8. Марчук Г. И. Введение в проекционно-сеточные методы, Москва: Наука, 1981.
9. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов, Москва: Мир, 1979. (L. Segerlind. Applied finite element analysis, New York, London, Sydney: John Wiley and Sons, 1976.)
10. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике, Москва: Мир, 1975. 543с. (Zienkiewicz O. C. The finite element method in engineering science, London: McGraw-Hill, 1971.)

Поступила в редакцию 29.05.2017 г.

**HEATING STUDY OF COMPLEX GEOMETRIC FORM BODIES,
CONSIDERING CONSTRAINS ON THERMAL STRESSES DEPENDING
ON THE LINEAR EXPANSION COEFFICIENT**

© N. D. Morozkin¹, V. I. Tkachev^{2*}

¹*Bashkir State University
32 Zaki Validi Street, 450076 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*

²*Institute of Educational Development of the Republic of Bashkortostan
120 Mingazhev Street, 450074 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*

Phone: +7 (347) 228 80 51.

**Email: tvi-vlad@mail.ru*

A numerical algorithm for calculating temperature fields and thermal stresses for heating bodies with complex geometry using the finite element method is proposed. Calculations are performed at different values of linear expansion coefficient. As an example, the calculations for a single-block stopper used for continuous casting of blanks are presented. A method for determining the maximum value of the linear expansion coefficient, in which the product does not break from thermal stresses during the heating process, is proposed. A complex of programs has been developed that makes it possible to calculate temperature fields and temperature stresses in various bodies with complex geometries and to determine the upper limit of the change in the linear expansion coefficient, at which the heated product does not destroy from the arising thermal stresses.

Keywords: temperature field, thermal stresses, heat exchanging, coefficient of linear expansion, finite element method.

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at bulletin_bsu@mail.ru if you need translation of the article.

REFERENCES

1. Zabolot-skii A. V. Modelirovanie temperaturnogo polya futerovki stalerazlivnochnogo kovsha. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2011. Vol. 84, No. 2. Pp. 318–323.
2. Zabolot-skii A. V. Modelirovanie ostyvaniya stalerazlivnochnogo kovsha. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*. 2013. Vol. 86, No. 1. Pp. 191–195.
3. Morozkin N. D., Tkachev V. I., Chudinov V. V. Vliyaniye koeffitsienta teplovogo rasshireniya na termouprugie napryazheniya v keramicheskoi probke. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta*. 2014. No. 9. Pp. 103–107.
4. Kutateladze S. S. *Osnovy teorii teploobmena* [Basics of the theory of heat transfer], Moscow: Atomizdat, 1979.
5. Zhiganov N. K. Modelirovanie protsessov nepreryvnogo lit'ya tsvetnykh metallov i ikh splavov [Modeling of continuous casting of non-ferrous metals and their alloys], Tver': TGTU, 2007.
6. Mastyukov B. S. *Teplotekhnicheskie raschety promyshlennykh pechei* [Thermotechnical calculations for industrial furnaces], Moscow: Metallurgiya, 1972.
7. Kislitsyn A. A. *Osnovy teplofiziki* [Basics of thermophysics], Tyumen': Izdatel'stvo TyumGU, 2002.
8. Marchuk G. I. *Vvedenie v proektsionno-setochnye metody* [Introduction to projection-grid methods], Moscow: Nauka, 1981.
9. Segerlind L. *Primenenie metoda konechnykh elementov*, Moscow: Mir, 1979. (L. Segerlind. *Applied finite element analysis*, New York, London, Sydney: John Wiley and Sons, 1976.)
10. Zenkevich O. *Metod konechnykh elementov v tekhnike*, Moscow: Mir, 1975. 543 pp. (Zienkiewicz O. C. *The finite element method in engineering science*, London: McGraw-Hill, 1971.)

Received 29.05.2017.