

УДК 532.5.013.2

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ВОКРУГ СКВАЖИНЫ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРЕЩИНОЙ ГИДРОРАЗРЫВА

© И. Л. Хабибуллин, А. А. Хисамов*

Башкирский государственный университет
Россия, Республика Башкортостан, 450076 г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.

Тел.: +7 (917) 469 62 63.

*Email: khisamovartur@list.ru

Приведены результаты математического моделирования нестационарного притока жидкости из пласта в скважину через трещину гидроразрыва. Построено аналитическое решение задачи о распределении давления при нестационарной фильтрации жидкости вокруг скважины, пересеченной вертикальной трещиной гидроразрыва, при задании постоянного дебита на скважине. При этом, решая уравнения фильтрации методом преобразования Лапласа, получены выражения для распределения давления в трещине и в пласте. В частных случаях из полученных решений следует известные в литературе выражения: формула для распределения давления при плоско-параллельной фильтрации жидкости, когда на галерее задан дебит; формула для изменения давления со временем на забое скважины. Получена формула для определения долей в дебите скважины объемов жидкости, поступающих из пласта и из трещины. Приведены результаты расчетов по полученным формулам, позволяющие определить влияние основных параметров пласта и трещины на распределение давления.

Ключевые слова: математическое моделирование, пласт, трещина гидроразрыва, нестационарная фильтрация, билинейный поток жидкости, аналитическое решение.

Введение

Гидравлический разрыв пласта, заключающийся в создании трещин, пересекающихся со скважинами, в настоящее время является одним из основных методов интенсификации добычи трудноизвлекаемых запасов углеводородов. Наличие трещин гидроразрыва приводит к существенным изменениям динамики процесса фильтрации в отличие от случаев отсутствия трещин. Поэтому является актуальным математическое моделирование процессов фильтрации в окрестности скважин с трещинами гидроразрыва [1]. Эти модели достаточно полно разработаны в стационарном приближении. Нестационарные процессы распределения давления исследованы в основном применительно к гидродинамическим методам исследования скважин, которые охватывают ограниченный интервал пространственно-временных изменений давления (расстояния порядка радиуса скважины и времени намного меньше, чем характерное время фильтрации). Коллектора с трудноизвлекаемыми запасами, как правило, характеризуются малой проницаемостью и большой вязкостью нефти. В таких коллекторах, в которых в основном и реализуется гидроразрыв пласта, продолжительность нестационарных процессов перераспределения давления может быть одного порядка с характерным временем фильтрации между скважинами [2]. Поэтому представляет интерес развитие теории нестационарной фильтрации в пластах с трещинами ГРП. Данная работа является дальнейшим развитием модели нестационарной фильтрации билинейного потока, рассмотренной в [3]. Отметим также, что описанию нестационарного течения флюида к скважине в приближении трилинейного потока посвящена работа [4].

Постановка задачи

В пласте, насыщенном однородной жидкостью, имеется скважина, которая пересекается симметричной вертикальной трещиной гидроразрыва по всей его толщине. Гидравлическая связь пласта и скважины реализуется только через боковую поверхность трещины, так как ширина (раскрытие) трещины намного меньше чем ее длина. Предполагается, что вначале давление в пласте и трещине одинаково и при $t=0$ скважина запускается в эксплуатацию. Тогда вокруг скважины в трещине и в пласте создается нестационарный фильтрационный поток. С учетом симметрии геометрии задачи относительно скважины и трещины, схема области фильтрации представлена на рис. 1. (вид сверху).

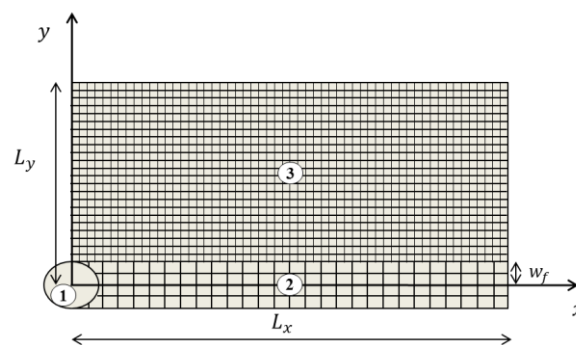


Рис. 1. Схема области течения. 1 – скважина, 2 – трещина, 3 – пласт.

Поскольку ширина трещины намного меньше чем длина, поток в трещине считается одномерным, направленным по оси x к скважине. Поток в пласте направлен по оси y , перпендикулярно к боковой поверхности трещины. Тогда приведенная на рис. 1.

схема соответствует так называемому билинейному режиму течения, который представляет собой совокупность одновременно существующих в трещине и в пласте двух линейных потоков [1, 3, 5].

Распределения давления в пласте и трещине описываются уравнениями:

$$\frac{\partial P_r}{\partial t} = \kappa_r \frac{\partial^2 P_r}{\partial y^2} \quad 0 \leq x \leq L_x, 0 \leq y \leq L_y, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{P}_f}{\partial t} = \kappa_f \frac{\partial^2 \bar{P}_f}{\partial x^2} + \frac{\kappa_f k_r}{w_f k_f} \frac{\partial P_r}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad 0 \leq x \leq L_x, -w_f \leq y \leq 0. \quad (2)$$

На поверхности трещины (линия раздела пласта-трещина) выполняется условие равенства давлений:

$$P_r(x, y = 0, t) = P_f(x, y = 0, t). \quad (3)$$

Условия на непроницаемых границах имеют вид:

$$\frac{\partial P_r(x, y=L_y, t)}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial P_f(x=L, y, t)}{\partial x} = 0, \frac{\partial P_f(x, y=-w_f, 0)}{\partial y} = 0. \quad (5)$$

На поверхности пересечения трещины с забоем скважины выполняется условие, констатирующее работу скважины в режиме постоянного дебита Q :

$$\frac{k_f h_r}{\mu} \int_0^{w_f} \frac{\partial P_f(x=0, t)}{\partial x} dy = Q. \quad (6)$$

Решение этой задачи при заданном на скважине давлении построено в работе [3].

В (1)–(6) P -давление, x и y – координаты, t – время, индексы r и f относятся к пласту и трещине, κ – коэффициент пьезопроводности, k – проницаемость пласта, μ – вязкость жидкости, Q – дебит скважины, x_f и w_f – полудлина и полуширина трещины, h_r , L_x и L_y – размеры пласта.

Рассмотрим решение задачи для пласта и трещины бесконечных размеров, то есть при $L_x \rightarrow \infty$, $L_y \rightarrow \infty$. Тогда в безразмерных переменных

$$\bar{P}_r = \frac{P_r - P_0}{P^*}, \bar{P}_f = \frac{P_f - P_0}{P^*}, P^* = \frac{Q\mu}{k_r h_r}, \bar{y} = \frac{y}{x_f}, \bar{x} = \frac{x}{x_f}, \bar{t} = t \frac{\kappa_r}{x_f^2}$$

имеем следующую задачу:

$$\frac{\partial \bar{P}_r}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \bar{P}_r}{\partial \bar{y}^2}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{P}_f}{\partial \bar{t}} = a \frac{\partial^2 \bar{P}_f}{\partial \bar{x}^2} + b \frac{\partial \bar{P}_r}{\partial \bar{y}} \Big|_{\bar{y}=0}, \quad (8)$$

$$\bar{P}_r(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t} = 0) = \bar{P}_f(\bar{x}, \bar{t} = 0) = 0, \quad (9)$$

$$\bar{P}_r(\bar{x}, \bar{y} = 0, \bar{t}) = \bar{P}_f(\bar{x}, \bar{t}), \quad (10)$$

$$\frac{\partial \bar{P}_f(\bar{x}=0, \bar{t})}{\partial \bar{x}} = \frac{b}{a}, \quad (11)$$

$$\bar{P}_i(\bar{x} \rightarrow \infty, \bar{y} \rightarrow \infty, \bar{t}) = 0 \quad (i = r, f). \quad (12)$$

Здесь $a = \frac{\kappa_f}{\kappa_r}$, $b = a \frac{k_r x_f}{k_f w_f}$, величина $\frac{a}{b}$ совпадает с безразмерной проводимостью трещины, введенной в [4, 5].

Отметим, что в работе [5] построено частное решение задачи (7) – (12), а именно – найдено выражение для давления на скважине $P_r(x = 0, t)$. Это обусловлено двумя обстоятельствами. Во-первых, для цели этой работы (теория гидродинамических исследований пластов) достаточно знание изменения дав-

ления со временем только на забое скважины. Во-вторых, полное решение задачи является достаточно громоздким и сложным. В данной работе мы построим решение рассматриваемой задачи в полном виде, которое включает выражения для $P_r(x, y, t)$ и $P_f(x, t)$.

Решение задачи построим методом преобразования Лапласа по переменной t (L – символ преобразования Лапласа)

$$L[\bar{P}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t})] = \bar{P}(\bar{x}, \bar{y}, s) = \int_0^\infty \bar{P}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) e^{-s\bar{t}} d\bar{t}.$$

В изображениях преобразования Лапласа задача (7)–(12) имеет вид (черточки обозначающие безразмерность величин опускаем):

$$\frac{d^2 P_r}{dy^2} = s P_r, \quad (13)$$

$$\frac{d^2 P_f}{dx^2} - \frac{s}{a} P_f + \frac{b}{a} \frac{dP_r}{dy} \Big|_{y=0} = 0, \quad (14)$$

$$P_r(x, y = 0, s) = P_f(x, s), \quad (15)$$

$$\frac{dP_f(0, s)}{dx} = \frac{b}{a} \frac{1}{s}, \quad (16)$$

$$P_i(x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty) = 0 \quad (i = r, f). \quad (17)$$

Решение задачи (13) – (17) находится стандартными методами и имеет вид:

$$P_f(x, s) = -\frac{b}{a} \frac{e^{-x\sqrt{\frac{s}{a} + \frac{b}{a}\sqrt{s}}}}{s\sqrt{\frac{s}{a} + \frac{b}{a}\sqrt{s}}}, \quad (18)$$

$$P_r(x, y, s) = -\frac{b}{a} \frac{e^{-x\sqrt{\frac{s}{a} + \frac{b}{a}\sqrt{s}} - y\sqrt{s}}}{s\sqrt{\frac{s}{a} + \frac{b}{a}\sqrt{s}}}. \quad (19)$$

Далее рассмотрим обратное преобразование Лапласа. Для удобства нахождения оригинала, выражение (18) представим в виде:

$$P_f(x, s) = -\frac{1}{\sqrt{ab}\sqrt{s}} L[V(x, t)], L[V(x, t)] = \frac{1}{\sqrt{\frac{s}{b^2} + \sqrt{\frac{s}{b^2}}}} e^{-\frac{bx}{\sqrt{a}}\sqrt{\frac{s}{b^2} + \sqrt{\frac{s}{b^2}}}}. \quad (20)$$

Используя теорему о свертке и формулу обращения преобразования Лапласа [6] (L^{-1} – символ обратного преобразования Лапласа)

$$L^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{s}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi t}}$$

из (20) имеем:

$$P_f(x, t) = -\frac{1}{\sqrt{ab}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} V(x, \tau) d\tau. \quad (21)$$

Таким образом, необходимо найти $V(x, t)$.

Используя теорему подобия ко второму выражению (20) имеем:

$$L[V(x, b^2 t)] = \frac{1}{\sqrt{s}} \frac{e^{-\frac{bx}{\sqrt{a}}\sqrt{s+\sqrt{s}}}}{\sqrt{s+\sqrt{s}}}. \quad (22)$$

Для нахождения $V(x, t)$ в (22) используем следующее правило операционного исчисления [6]

$$L^{-1}\left[\frac{g(s+\sqrt{s})}{\sqrt{s}}\right] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-u}} e^{-\frac{u^2}{4(t-u)}} f(u) du, \\ f(u) = L^{-1}[g(s)];$$

Тогда

$$V(x, b^2t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{b^2t} e^{-\frac{u^2}{4(b^2t-u)} - \frac{b^2x^2}{4au}} \frac{du}{\sqrt{b^2t-u}\sqrt{u}}$$

Это выражение подставим в (21):

$$P_f(x, y, t) = -\frac{1}{\sqrt{ab\pi\sqrt{\pi}}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \int_0^{b^2\tau} e^{-\frac{u^2}{4(b^2\tau-u)} - \frac{b^2x^2}{4au}} \frac{du}{\sqrt{b^2\tau-u}\sqrt{u}} d\tau.$$

В этом выражении изменим порядок интегрирования:

$$P_f = -\frac{1}{\sqrt{ab\pi\sqrt{\pi}}} \int_0^{b^2t} \frac{1}{\sqrt{u}} e^{-\frac{u^2}{4au}} \int_{\frac{u}{b^2}}^t \frac{e^{-\frac{u^2}{4(b^2\tau-u)}}}{\sqrt{(b^2\tau-u)(t-\tau)}} d\tau du$$

Внутренний интеграл вычисляется:

$$\int_{\frac{u}{b^2}}^t \frac{e^{-\frac{u^2}{4(b^2\tau-u)}}}{\sqrt{(b^2\tau-u)(t-\tau)}} d\tau = \frac{\pi}{b} \operatorname{erfc} \frac{u}{2\sqrt{b^2t-u}}$$

Здесь $\operatorname{erfc} \xi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi}^{\infty} e^{-u^2} du$ – дополнительная функция ошибок.

В итоге получаем выражение для распределения давления в трещине в безразмерном виде:

$$\bar{P}_f(\bar{x}, \bar{t}) = -\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{\pi}} \int_0^{b^2\bar{t}} e^{-\frac{b^2x^2}{4au}} \operatorname{erfc} \frac{u}{2\sqrt{b^2\bar{t}-u}} \frac{du}{\sqrt{u}} \quad (23)$$

В (23) произведем замену переменной интегрирования u на $z^2 b^2 \bar{t}$. Тогда имеем

$$\bar{P}_f(\bar{x}, \bar{t}) = -\frac{2b\sqrt{\bar{t}}}{\sqrt{a}\sqrt{\pi}} \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{4a\bar{t}z^2}} \operatorname{erfc} \frac{z^2 b \bar{t}}{2\sqrt{\bar{t}(1-z^2)}} dz \quad (24)$$

Выполняя аналогичные операции, из выражения (19) получаем выражение для распределения давления в пласте:

$$\bar{P}_r(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}, \bar{\tau}) = -\frac{2b\sqrt{\bar{t}}}{\sqrt{a}\sqrt{\pi}} \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{4a\bar{t}z^2}} \operatorname{erfc} \frac{z^2 b \bar{t} + \bar{y}}{2\sqrt{\bar{t}(1-z^2)}} dz \quad (25)$$

Таким образом, выражения (24) и (25) представляют окончательное решение задачи.

Анализ решения

Полагая в (23) $\bar{x}=0$ находим давление на скважине

$$\bar{P}_f(\bar{x} = 0, \bar{t}) = -\frac{1}{\sqrt{a}\sqrt{\pi}} \int_0^{b^2\bar{t}} \operatorname{erfc} \frac{u}{2\sqrt{b^2\bar{t}-u}} \frac{du}{\sqrt{u}} \quad (26)$$

Отметим, что формула (26), после замены переменной $u = \lambda b^2$, совпадает с соответствующим выражением в работе [5].

Частный случай этой формулы для малых времен, является одним из основных теоретических выражений, используемых при гидродинамическом исследовании скважин с трещиной гидроразрыва. В размерном виде это выражение имеет вид:

$$P_f(x = 0, t) - P_0 = -\frac{Q\mu\sqrt{\kappa_f t}}{h_r k_f w_f} \quad (27)$$

В работе [5], аналог этого выражения получено обратным преобразованием Лапласа соотношения (18) при $\bar{x} = 0$ для больших s (малых t). Нетрудно заметить, что формула (27) также следует из (26) для малых u , когда дополнительный интеграл ошибок в (26) можно

принять равным единице. Как будет показано ниже, такое приближение соответствует случаю отсутствия перетока жидкости из пласта в трещину (см. вывод формулы (30)). Поэтому представляется уместным дополнительно уточнить допустимость использования формулы (27) при наличии перетока жидкости из пласта в трещину. Для этого достаточно рассмотреть первые два члена разложения в ряд функции $\operatorname{erfc} \xi$ при малых значениях аргумента: $\operatorname{erfc} \xi \approx 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi$.

Тогда из (26) следует формула

$$\bar{P}_f(\bar{x} = 0, \bar{t}) = -\frac{2b\sqrt{\bar{t}}}{\sqrt{\pi a}} (1 - b\sqrt{\bar{t}}) \quad (28)$$

Если справа учитывать только первое слагаемое, эта формула в размерном виде совпадает с (27). Таким образом дополнительное условие правомерности использования формулы (27) имеет вид: $\bar{t} \ll \frac{1}{b^2}$. Если же это условие не выполняется, то для анализа типовых промысловых кривых изменения давления на скважине, можно использовать формулу (28).

Очевидно, что количество жидкости, поступающее из пласта в трещину, определяется из выражения

$$q = \int_0^{\infty} \left. \frac{\partial \bar{P}_r}{\partial \bar{y}} \right|_{\bar{y}=0} d\bar{x}.$$

Тогда, с учетом выражений (11) и (25), можно найти долю в дебите скважины объема жидкости, поступающего в трещину из пласта

$$\frac{q}{Q} = 1 - e^{b^2 \bar{t}} \operatorname{erfc} b\sqrt{\bar{t}}.$$

Из этого выражения следует, что в начальной стадии в дебите скважины преобладает доля притока из трещины, со временем увеличивается доля притока из пласта. Так, при $\bar{t} < 0,59/b^2$ больше половины дебита скважины определяется емкостью трещины, в размерном виде это условие имеет вид:

$$t < 0,59 \left(\frac{k_f}{k_r} \right)^2 \frac{\kappa_r w_f^2}{\kappa_f^2}.$$

В области определения $0 \leq z \leq 1$ функция erfc изменяется в пределах от 1 до 0, поэтому, согласно теореме о среднем значении [7], выражение (24) можно представить в виде

$$\bar{P}_f(\bar{x}, \bar{t}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\bar{t}}}{\sqrt{a}} c \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{4a\bar{t}z^2}} dz, 0 \leq c \leq 1. \quad (29)$$

Очевидно, что значение этого выражения при $c = 1$ является мажорантой для построенного выше решения (24) во всем диапазоне изменения \bar{x} и \bar{t} . Вычисляя интеграл в (29), полагая $c = 1$, получаем известную формулу, описывающую распределение давления при плоскопараллельной фильтрации жидкости в полубесконечном пласте, когда при $x = 0$ задано значение дебита [8]. В размерных переменных эта формула, которая следует так же из полученного выше решения (24) при $k_r = 0$ (отсутствие перетока жидкости из пласта в трещину) имеет вид:

$$P_f(x, t) = P_0 + \frac{\mu Q}{k_f w_f h_r} \left[x \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\kappa_f t}} - \frac{2\sqrt{\kappa_f t}}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4\kappa_f t}} \right]. \quad (30)$$

Результаты численных расчетов

Численные расчеты проводились при следующих базовых значениях параметров: начальное давление пласта $P_0 = 200 \cdot 10^5 \text{ Па}$, мощность продуктивного пласта $h_r = 10 \text{ м}$, дебит скважины $Q = 10 \frac{\text{м}^3}{\text{сут}}$, ширина трещины $w_f = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, проницаемости пласта и трещины соответственно $k_r = 10^{-13} \text{ м}^2$, $k_f = 10^{-10} \text{ м}^2$, вязкость флюида $\mu = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$, коэффициент упругости $\beta = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$.

Ниже приведены результаты расчета по формулам (24) и (25). На рисунках 2–4 представлено распределение давления в трещине при различных значениях времени, дебита скважины, проницаемостях трещины и пласта.

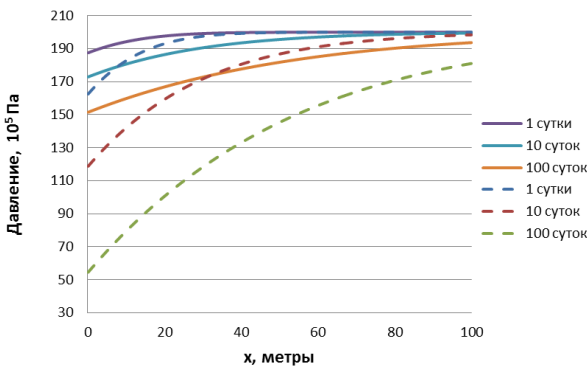


Рис. 2. Распределение давления в трещине при различных дебитах скважины (сплошные линии – $Q = 10 \frac{\text{м}^3}{\text{сут}}$, штриховые линии – $Q = 30 \frac{\text{м}^3}{\text{сут}}$).

Из рис. 2. видно, что с увеличением дебита происходит заметное падение давления. Так, например, при времени 10 сутках при $Q = 10 \frac{\text{м}^3}{\text{сут}}$ падения давления достигает 28 атм, в случае $Q = 30 \frac{\text{м}^3}{\text{сут}}$, падение давления составляет 80 атм.

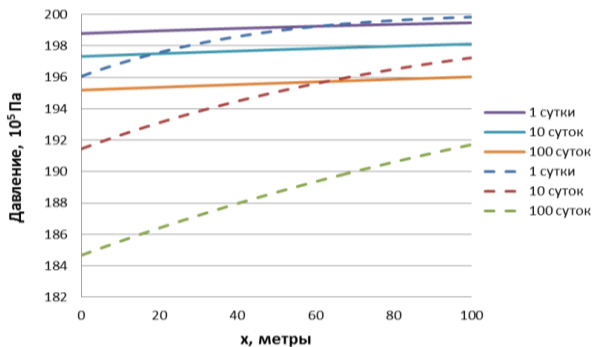


Рис. 3. Распределение давления в трещине при различных значениях проницаемости трещины (сплошные линии – $k_f = 10^{-8} \text{ м}^2$, штриховые линии – $k_f = 10^{-9} \text{ м}^2$).

Из рис. 3. следует, что с увеличением проницаемости трещины падение давления вдоль нее резко

уменьшается. Эпюры давления постепенно выпрямляются. Как видно из рисунка, при $k_f = 10^{-8} \text{ м}^2$ падение давления в трещине за 100 суток составляет менее 1 атм. Это означает, что при принятых нами параметрах, трещина имеет большую проводимость. В [5] на основе расчетов показано, что при выполнении условия $F_d = \frac{k_f w_f}{k_r x_f} > 300$ можно считать, что трещина имеет бесконечную проводимость (здесь F_d – безразмерная проводимость трещины, в наших обозначениях совпадает с величиной $\frac{a}{b}$), в которой распределение давления является практически однородным.

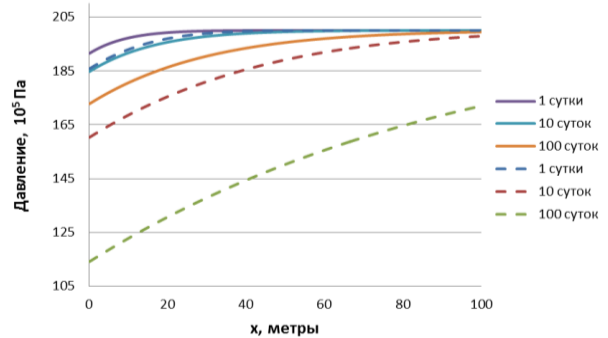


Рис. 4. Распределение давления в трещине при различных значениях проницаемости пласта (сплошные линии – $k_f = 10^{-12} \text{ м}^2$, штриховые линии – $k_f = 10^{-14} \text{ м}^2$).

Из рис. 4 видно, что с уменьшением проницаемости пласта, падение давления в трещине увеличивается. Так, на линии $x=0$ при значениях $k_r = 10^{-12} \text{ м}^2, 10^{-14} \text{ м}^2$ для $t = 10$ суток соответственно имеем $P_0 - P(x=0)$: 15 атм и 40 атм.

На рис. 5 представлено распределение давления в пласте при различных значениях времени и на различных расстояниях от скважины. Из рис. видно, что с отдалением от скважины падение давления в пласте уменьшается. Так при значении времени равное 10 суткам, на расстоянии $x=1 \text{ м}$ – падение давления составляет 25 атм, при $x=10 \text{ м}$ падение давления – 20 атм.

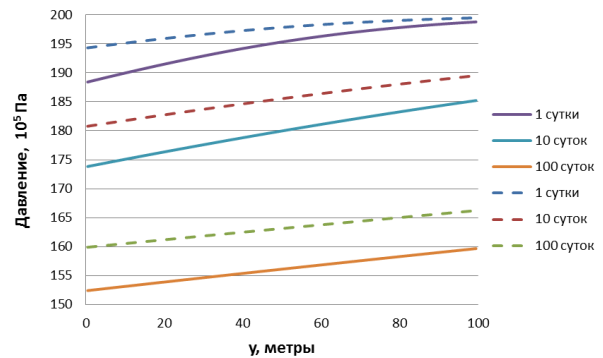


Рис. 5. Распределение давления в пласте при различных расстояниях от скважины (сплошные линии – 1 м, штриховые – 10 м).

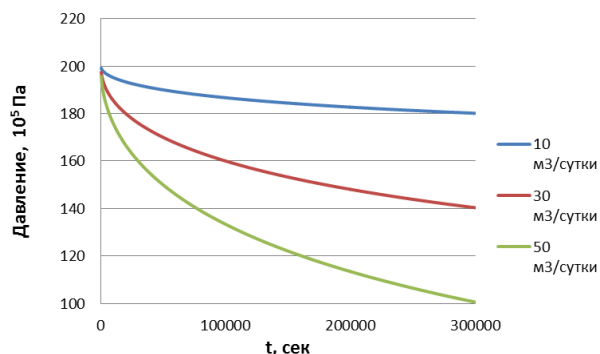


Рис. 6. Распределение давления на забое скважины при $x = 0$ м, $t = 300$ сек – 4 сутки.

На рис. 6 представлен график, показывающий изменение давления со временем на забое скважины. Построение производилось при базисных параметрах, описанных выше, и с временным периодом равным $t = 300$ сек – 4 сутки. Видно, что в случае отбора жидкости из пласта, давление со временем падает. На сравнении этой кривой с измеренными значениями давления на забое скважины основаны методы гидродинамических исследований скважин.

Разработанная в работе модель нестационарной фильтрации в пластах с трещиной ГРП позволяет определить влияние коллекторских свойств пласта и трещины на распределение давления и мо-

жет быть использована при теоретическом обосновании методом гидродинамических исследований пластов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Каневская Р. Д. Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта. – М.: ООО «Недра-Бизнес-центр», 1999. -212с.
2. Асалхузина Г. Ф., Давлетбаев А. Я., Хабибуллин И. Л. Моделирование дифференциации пластового давления между нагнетательными и добывающими скважинами на месторождениях с низкопроницаемыми коллекторами. Журнал «Вестник Башкирского университета». 2016. Т. 21. №3. С. 537–542.
3. Хабибуллин И. Л., Евграфов Н. А., Хисамов А. А. Моделирование нестационарного притока жидкости из пласта в скважину через трещину гидроразрыва. Сборник трудов Первой легкой школы-конференции «Физико-химическая гидродинамика: модели и приложения». 2016. Уфа: РИЦ БашГУ. С. 184–192.
4. Хасанов М. М., Головнева О. Ю. Определение дебита вертикальных скважин с гидроразрывом пласта на неустановившемся режиме фильтрации // Нефтяное хозяйство. 2016. №12, с. 64.
5. Cinco-Ley H., Samaniego V. F. Transient Pressure Analysis for fractured wells // J. Petrol. Technol. – 1981. –V.33, N9. – P. 1749–1766.
6. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z- преобразования. М.: Наука, 1971. – 288 с.
7. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 2. М.:Наука, 2003, 800с.
8. Басниев К. С., Дмитриев Н. М., Каневская Р. Д., Максимов В. М. Подземная гидромеханика. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2006. 488 с.

Поступила в редакцию 18.04.2017 г.

MODELING OF UNSTEADY FILTRATION AROUND THE WELL WITH VERTICAL HYDRAULIC FRACTURE

© I. L. Khabibullin, A. A. Khisamov*

*Bashkir State University
32 Zaki Validi Street, 450076 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*

Phone: +7 (917) 469 62 63.

**Email: khisamovartur@list.ru*

In this article, mathematical model of unsteady fluid influx from the layer to well through hydraulic fractured crack is considered. Hydraulic fracturing is a technique developed initially to stimulate oil production from wells in declining oil reservoirs. The purpose of hydraulic fracturing is to connect existing pathways within the reservoir to enable the oil or gas to flow more easily from the formation to the wellbore. Nowadays the filtration theory for reservoirs with hydraulic fracture is well developed in the case of steady-state filtration and, with this regard, it is of interest to deduce problem definition of unsteady filtration around the hydraulic fractured well. In the filtration, nonstationary effects are notably manifested on the initial stages of pressure distribution manifestation for short time, during this period the main well tests are carried out. Analytical solution of pressure distribution problem of unsteady filtration around the vertical hydraulic fractured well is deduced. Pressure distribution in a fracture and in reservoir has been deduced at constant value of production rate in the wellbore by the Laplace transformation.

Keywords: mathematical modeling, well, reservoir, unsteady filtration, hydraulic fracturing, bilinear flow.

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at bulletin_bsu@mail.ru if you need translation of the article.

REFERENCES

1. Kanevskaya R. D. *Matematicheskoe modelirovanie razrabotki mestorozhdenii nefi i gaza s primeneniem gidravlicheskogo razryva plasta* [Mathematical modeling of development of oil and gas reservoirs using hydraulic fracturing]. – Moscow: OOO «Nedra-Biznestsentr», 1999.
2. Asalkhuzina G. F., Davletbaev A. Ya., Khabibullin I. L. *Modelirovanie differentsiatsii plastovogo davleniya mezhdru nagnetatel'nymi i dobyvayushchimi skvazhinami na mestorozhdeniyakh s nizkoproiznitsaemymi kollektorami*. Zhurnal «Vestnik Bashkirskogo universiteta». 2016. Vol. 21. No. 3. Pp. 537–542.
3. Khabibullin I. L., Eygrafov N. A., Khisamov A. A. *Modelirovanie nestatsionarnogo pritoka zhidkosti iz plasta v skvazhinu cherez treshchinu gidrorazryva*. Sbornik trudov Pervoi letnei shkoly-konferentsii «Fiziko-khimicheskaya gidrodinamika: modeli i prilozheniya». 2016. Ufa: RITs BashGU. Pp. 184–192.
4. Khasanov M. M., Golovneva O. Yu. *Neftyanoe khozyaistvo*. 2016. No. 12, s. 64.
5. Cinco-Ley H., Samaniego V. F. J. *Petrol. Technol.* – 1981. –V.33, N9. – Pp. 1749–1766.
6. Dech G. *Rukovodstvo k prakticheskomu primeniyu preobrazovaniya Laplasy i z- preobrazovaniya* [Guidebook on practical application of Laplace transform and z-transform]. Moscow: Nauka, 1971. –
7. Fikhtengol'ts G. M. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya, tom 2* [A course of differential and integral calculus, vol. 2]. Moscow: Nauka, 2003,
8. Basniev K. S., Dmitriev N. M., Kanevskaya R. D., Maksimov V. M. *Podzemnaya gidromekhanika* [Underground hydromechanics]. M.-Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy. 2006.

Received 18.04.2017.