

УДК 550.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И ДАВЛЕНИЯ В ГАЗОВОЙ СКВАЖИНЕ

© Н. Ф. Файзуллин*, А. Ш. Рамазанов

Башкирский государственный университет
Россия, Республика Башкортостан, 450074 г. Уфа, ул. Заки Валиди 32.

Тел./факс: +7 (347) 272 60 56.
*Email: dr.fazmeister@gmail.com

В данной работе рассматривается проблема численного моделирования стационарного распределения давления и температуры в газовой скважине. Во время работы скважины происходят теплообменные процессы, в результате чего меняется распределение температуры и давления в стволе скважины. Разработанный на основе численной модели симулятор позволяет моделировать распределение температуры, давления и скорости газа в скважине с учетом термодинамических эффектов и конвективного теплообмена с горными породами.

Ключевые слова: моделирование, газ, скважина, давление, теплообмен, теплоперенос, конвекция.

Введение

Технологический режим работы газовой скважины определяется термодинамическими условиями фильтрации газа в пласте и условиями движения газа в скважине при теплообмене с окружающими горными породами [8, 9]. При этом условия теплопереноса при фильтрации газа в пласте и движении потока газа по скважине различны, однако их параметры определяются аналогичными термодинамическими процессами: дроссельным и адиабатическими эффектами, конвективным и кондуктивным переносом тепла.

Для адекватного описания процесса неизо-термического течения газа в последнее время нашли применение численные методы интегрирования дифференциальных уравнений движения газа и сохранения энергии, т.к. аналитические решения этих уравнений можно получить только после принятия существенно упрощающих допущений [1].

Постановка задачи

Для моделирования термодинамических процессов, происходящих в скважине с произвольной траекторией и произвольным числом интервалов перфорации решается следующая система уравнений неизо-термического установившегося течения газа со следующими допущениями: течение однофазное (фазовые переходы отсутствуют), изменением значения величин по поперечному сечению скважины пренебрегаем, в пределах интервалов перфорации задаются объемный дебит и температура поступающего из пласта газа. Задается состав газа (здесь для расчетов взят следующий состав газа для Уренгойского месторождения: 97.8% метан, 0.1% этан, 0.03% пропан, 0.01% группа пентана и выше, 0.18% углекислый газ, 1.7% азот). Течение газа по колонне, свободной от НКТ.

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho v)}{\partial l} = \frac{2\rho_l v_l}{R} \\ \frac{dp}{dl} = -\rho g \cos \theta - \frac{d(\rho v^2)}{dl} - \frac{\rho v^2}{4R} f \\ \frac{\partial T}{\partial l} = -\varepsilon \frac{\partial p}{\partial l} + \frac{2\rho_l v_l}{R\rho v} (T_l - T) + \\ + \frac{2\alpha}{R\rho v c_p} (T_g - T) - \frac{g \cos \theta}{c_p} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь ρ – плотность газа в скважине, кг/м³; v – средняя скорость течения газа по трубе, м/с; l – расстояние от забоя по стволу скважины, м; ρ_l – плотность газа, втекающего в скважину, кг/м³, v_l – скорость притекающего газа, м/с; p – давление, Па; θ – угол наклона участка скважины от вертикали, град.; f – коэффициент трения, безр.; μ – вязкость газа, Па·с; λ – теплопроводность газа, Вт/(м·К); T – температура, К; α – коэффициент теплопередачи, Вт/(м²·К); R – внутренний радиус обсадной колонны, м; T_g – невозмущенная температура горных пород, К.

Первое уравнение описывает баланс масс, второе уравнение является законом распределения давления [2], третье – уравнением баланса энергии. В правой части уравнения энергии первое слагаемое совместно с четвертым отвечает за изменение температуры в результате охлаждения за счет расширения и диссипативный нагрев, второе – за эффект калориметрического смешивания в продуктивных интервалах, третье – учитывает конвективный теплообмен с горными породами. К ним добавляется уравнение состояния газа $z(p, T)$ для нахождения $\rho(p, T)$, $\varepsilon(p, T)$, $c_p(p, T)$ и корреляционные соотношения для $\mu(p, T)$, $\lambda(p, T)$.

Коэффициент теплопередачи, учитывающий тепловое сопротивление материалов скважины и горных пород равен [3]:

$$\alpha = \frac{1}{\frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_{cw}} + \frac{r_c}{r_w} \frac{1}{h_f}} \quad (2)$$

где h_c – коэффициент теплоотдачи от газа к стенке скважины, Вт/(м²·К), h_{cw} – коэффициент теплопередачи от внутренней стенки обсадной колонны к

стенке скважины, Вт/(м²·К), h_f – коэффициент теплопередачи между стенкой скважины и горными породами, с невозмущенной температурой, Вт/(м²·К).

Уравнение состояния реального

газа

В качестве уравнения состояния реального газа возьмем уравнение Пенга-Робинсона:

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V(V+b)+b(b-V)} \quad (3)$$

где

$$a = 0.45724 \frac{R^2 T_c^2}{p_c} \left[1 + m \left(1 - \sqrt{\frac{T}{T_c}} \right) \right]^2 \quad (4)$$

$$m = 0.37464 + 1.54226\omega - 0.26992\omega^2 \quad (5)$$

$$b = 0.0778 \frac{RT_c}{p_c} \quad (6)$$

приводится к уравнению третьего порядка относительно коэффициента сверхсжимаемости [4]:

$$Z^3 + Z^2(B-1) + Z(A-2B-3B^2) + (AB-B^2-B^3) = 0 \quad (7)$$

где коэффициенты A и B определяются следующим образом:

$$A = \frac{ap}{R^2 T^2}, B = \frac{pb}{RT} \quad (8)$$

где T_c – критическая температура, К, p_c – критическое давление, Па, ω – ацентрический фактор.

Расчет параметров на основе уравнения состояния

$$pV_m = ZRT \quad (9)$$

$$\rho = \frac{pM}{ZRT} \quad (10)$$

где R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К), M – молярная масса газа, кг/моль, Z – коэффициент сверхсжимаемости, безразм., $V_m = M/\rho$ – молярный объем, м³/моль.

Коэффициент Джоуля-Томсона и адиабатический коэффициент

$$\varepsilon = \frac{1-\beta T}{c_p \rho} \quad (11)$$

$$\eta = \frac{\beta T}{c_p \rho} \quad (12)$$

Здесь β – коэффициент температурного расширения, К⁻¹,

$$\beta T = 1 + \frac{T}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p \quad (13)$$

Теплопроводность

Теплопроводность λ может быть рассчитана по формулам при известных λ_{at}^{mix} (теплопроводность смеси при $p = 0.1$ МПа), критической величине сверхсжимаемости Z_c , приведенной плотности газа ρ_d и параметра ξ , зависящего от молекулярной массы смеси и критических давления и температуры [5].

С точностью до 5% значение λ_{at}^{mix} определяем по формуле

$$\lambda_{at} = \frac{\sum_{i=0}^n y_i \lambda_{ati} M^{1/3}}{\sum_{i=0}^n y_i M^{1/3}} \quad (14)$$

где λ_{ati} – теплопроводность i -го компонента при $p=0.1$ МПа.

Для метана, нафтеновых и ароматических углеводородов при $p=0.1$ МПа

$$\lambda_{at} = 2.047 \cdot 10^{-3} \cdot c_{p0} / \xi \quad (15)$$

$$\xi = \frac{M^{1/2} T_c^{1/6}}{p_c^{2/3}} \quad (16)$$

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_{at} + \frac{14 \cdot 10^{-8} (e^{-0.535 \rho_d - 1})}{\xi Z_c^5}, & \rho_d < 0.5 \\ \lambda_{at} + \frac{13.1 \cdot 10^{-8} (e^{-0.67 \rho_d - 1.069})}{\xi Z_c^5}, & 0.5 \leq \rho_d \leq 2 \\ \lambda_{at} + \frac{2.976 \cdot 10^{-8} (e^{-1.155 \rho_d + 2.016})}{\xi Z_c^5}, & \rho_d > 2 \end{cases} \quad (17)$$

где $\rho_d = \rho / \rho_d = \frac{Z_c T_c p}{Z T p_c}$ – приведенная плотность, безразм., $Z_c = Z(p_c, T_c)$ – коэффициент сверхсжимаемости при критических параметрах, безразм.

Вязкость

Вязкость газа при данном давлении и температуре, согласно компонентному составу, определяется по формуле

$$\mu = \frac{\sum_{i=0}^n \mu_i y_i M_i^{1/2}}{\sum_{i=0}^n y_i M_i^{1/2}} \quad (18)$$

где μ_i – вязкость i -го компонента при заданной температуре и давлении.

Согласно методу Голубева, основанному на преобразовании Трауца [6]

$$\mu_i = \begin{cases} \mu_c \cdot T_d^{0.965}, & T_d < 1 \\ \mu_c \cdot T_d^{0.71 + 0.29/T_d}, & T_d > 1 \end{cases} \quad (19)$$

$$\mu_c = \frac{1.61 \cdot M^{1/2} \cdot p_c^{2/3}}{T_c^{1/6}} \quad (20)$$

где $T_d = T/T_c$ – приведенная температура, безразм., μ_c – вязкость при критических параметрах, мкПа·с.

Теплоемкость

Теплоемкость природных газов зависит от давления, температуры и состава газа, а также от процесса передачи тепла. Теплоемкость можно вычислить через идеально-газовую теплоемкость и фугитивность f , характеризующую отклонение газа от идеального:

$$c_p = c_{p0} + \frac{\partial}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial \ln f}{\partial T} \right)_p RT^2 \right] \quad (21)$$

Фугитивность определяется из соотношения фугитивности и энтальпии:

$$\left(\frac{\partial \ln f}{\partial T} \right)_p = \frac{H_0(T) - H(p, T)}{RT^2} \quad (22)$$

В общем виде фугитивность определяется из уравнения состояния:

$$\ln f = \ln p + \int_0^p (z-1) \frac{dp}{p} \quad (23)$$

Для расчета фугитивности и энтальпии в работе использованы известные аналитические соотношения, полученные для уравнения состояния Пенга-Робинсона:

$$\text{Ln} \frac{f}{p} = z - 1 - \ln(z - B) -$$

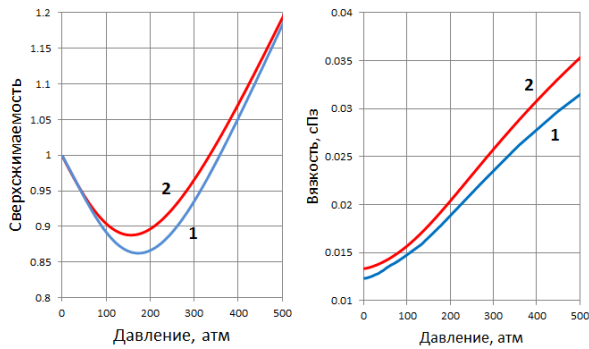


Рис. 1. Зависимость коэффициента сверхсжимаемости (слева) и вязкости (справа) от давления при заданной температуре. 1 – рассчитанные в симуляторе, 2 – данные NIST.

$$-\frac{1}{2\sqrt{2}b} \left(T \frac{da}{dT} - a \right) \ln \frac{z+(\sqrt{2}+1)B}{z-(\sqrt{2}-1)B} \quad (24)$$

$$H - H_0 = RT(z - 1) + \frac{1}{2\sqrt{2}b} \left(T \frac{da}{dT} - a \right) \ln \frac{z+(\sqrt{2}+1)B}{z-(\sqrt{2}-1)B} \quad (25)$$

Граничные условия

1. На забое скважины задается давление:

$$p_{l=0} = p_0 \quad (26)$$

2. Распределение температуры горных пород подчиняется геотермическому распределению.

$$T_0(z) = T_g(z) \quad (27)$$

Решение и тестирование

Задача (1–27) решалась численно методом Эйлера, с использованием разностной схемы по направлению потока на равномерной сетке.

1. Проверка расчета параметров газа

Как было сказано выше, параметры газа рассчитываются в зависимости от давления и температуры. Тестовые расчеты проводились для одного компонента – метана. Приведены примеры сравнения значений коэффициента сверхсжимаемости и вязкости с их значениями, взятыми из базы NIST [7] при постоянной температуре 100 °С.

Для сверхсжимаемости СКО составило 0.019, а для вязкости СКО составило 0.0029 сПз.

2. Сравнение расчетов с постоянными параметрами и параметрами, зависящими от давления и температуры

Рассмотрим вертикальную скважину глубиной 1200 м, радиусом скважины по долоту 12 см, внутренним радиусом обсадной колонны 10 см. Забойное давление составляет 40 атм, геотермический градиент равен 0.02 К/м, температура горных пород на забое $l=0$ равна 45 °С, зумпф скважины заполнен водой, скважина имеет единственный продуктивный интервал [1000–1030] м, дебит с этого интер-

вала 50000 ст. м³/сут, температурный эффект Джоуля-Томсона в пласте, составляет –20 К. В модели с постоянными коэффициентами примем значения параметров согласно табл. 1.

Таблица 1
Свойства газа для модели с постоянными параметрами

Плотность ρ	15 кг/м ³
Удельная теплоемкость c_p	3 кДж/(кг·К)
Коэффициент Джоуля-Томсона ε	–0.3 К/атм
Вязкость μ	0.015 сПз
Теплопроводность λ	0.1 Вт/м·К

На рис. 2 показаны смоделированные профили температуры и давления для случая с постоянными параметрами газа и с параметрами, зависящими от температуры и давления. Для температуры СКО составляет 0.55 К, для давления –0.13 атм, максимальное отклонение, соответственно, 0.76 К и 0.22 атм.

Выводы

Разработана математическая модель неизотермического стационарного потока газа в стволе скважины. На основе численного решения данной задачи разработана диалоговая компьютерная программа для расчета распределения температуры, давления и скорости течения газа в стволе скважины. Произведено сравнение смоделированных случаев с постоянными и переменными параметрами газа. Модель будет использоваться для решения обратной задачи об определении параметров пласта и потока по распределению температуры, давления и скорости газа в стволе скважины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чекалюк Э. Б. Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра, 1965. 238 с.
2. Sui W. Determining multilayer formation properties from transient temperature and pressure measurements: PhD dissertation, Texas A&M University, 2009.
3. Hasan, A. R. and C. S. Kabir, 2002. Fluid Flow and Heat Transfer in Wellbores. Society of Petroleum Engineers, Richardson, Tex, pp: 181.
4. Садретдинов А. А. Неизотермическая фильтрация сжимаемого флюида в системе скважина-пласт: дис. канд. физ.-мат. наук. БашГУ, Уфа, 2012. 125 с.
5. Зотов Г. А. Руководство по исследованию скважин. М.: Наука, 1995.
6. Глузов Д. Н., Стрекалов А. В. Способ расчета динамической вязкости газов в широком диапазоне давлений // Нефтегазовое дело, 2011, №1.
7. National Institute of Standards and Technology. Chemistry WebBook. URL: <http://webbook.nist.gov/chemistry>.
8. Рамазанов А. Ш., Акчурин Р. З. Моделирование распределения температуры в бурящейся скважине // Вестник Башкирского университета. 2016. Т. 21. №2. С. 269–273.
9. Исламов Д. Ф., Рамазанов А. Ш. Нестационарное температурное поле при фильтрации жидкости в неоднородном пласте // Вестник Башкирского университета. 2016. Т. 21. №1. С. 4–8.

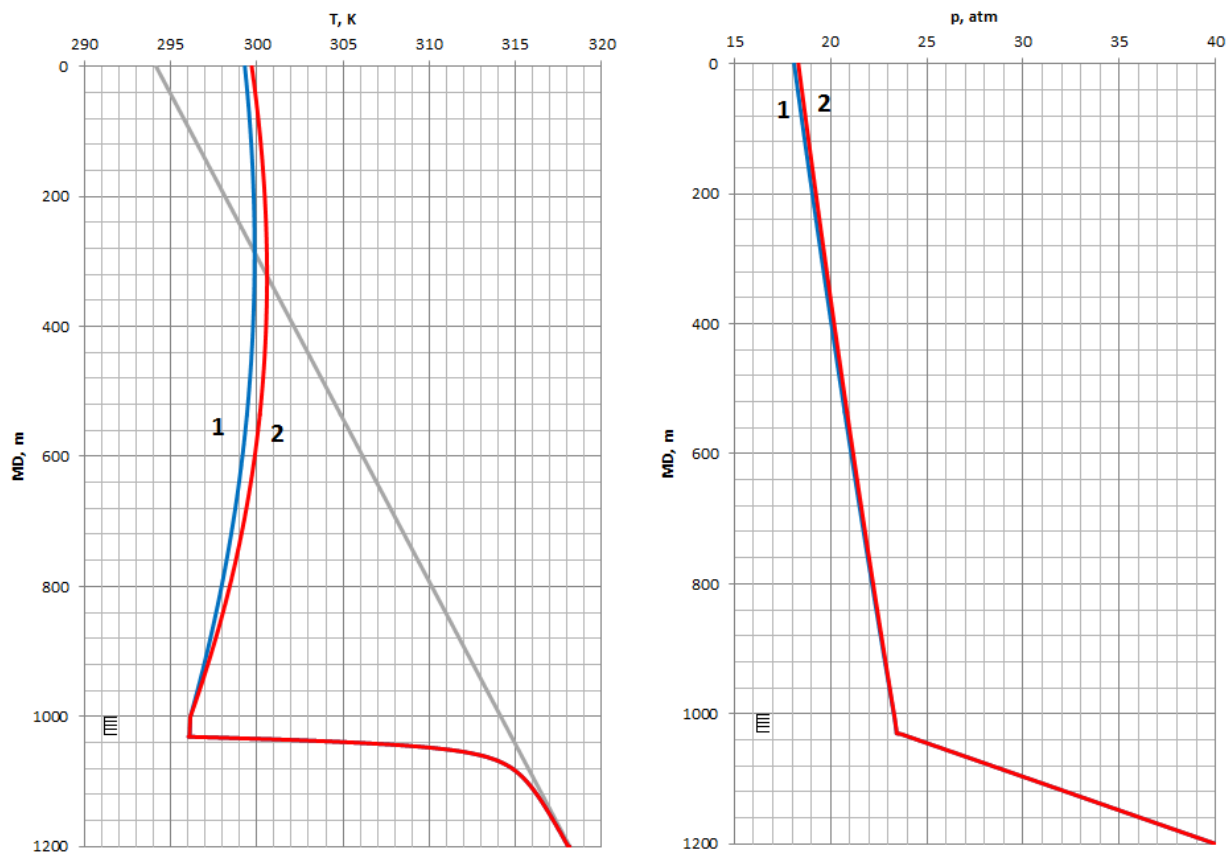


Рис. 2. Сравнение распределений температуры (слева) и давления (справа) в стволе газовой скважины. 1 – модель с постоянными параметрами, 2 – модель с параметрами, зависящими от температуры и давления.

Поступила в редакцию 27.02.2017 г.

**NUMERICAL MODELING OF TEMPERATURE
AND PRESSURE IN A GAS WELL**

© N. F. Fayzullin*, A. Sh. Ramazanov

*Bashkir State University
32 Zaki Validi Street, 450076 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.**Phone: +7 (347) 272 60 56.***Email: dr.fayzmeister@gmail.com*

The authors of the article consider the problem of numerical modeling of stationary distribution of pressure and temperature in the gas well. During operation, heat exchange processes occurs in the well resulting in changing the distribution of temperature and pressure in the wellbore. Mathematical model that describes steady-state non-isothermal gas flow in the wellbore has been developed. The mathematical model is solved numerically by Euler formula in direction of flow. The simulator designed on the basis of the numerical model is able to simulate the distribution of temperature, pressure, and velocity of the gas in the wellbore taking into account the thermodynamic effects and convective heat transfer from the rocks. The program is tested for the case of the constant gas parameters and variable gas parameters depending on pressure and temperature. The model can be used to solve the inverse problem of determining the formation parameters and the flow according to the distribution of temperature, pressure, and gas flow rate in the wellbore.

Keywords: modeling, gas, well, pressure, heat exchange, heat transfer, convection.

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at bulletin_bsu@mail.ru if you need translation of the article.

REFERENCES

1. Chekalyuk E. B. *Termodinamika neftyanogo plasta* [Thermodynamics of oil reservoir]. Moscow: Nedra, 1965.
2. Sui W. *Determining multilayer formation properties from transient temperature and pressure measurements*: PhD dissertation, Texas A&M University, 2009.
3. Hasan, A. R. and C. S. Kabir, 2002. *Fluid Flow and Heat Transfer in Wellbores*. Society of Petroleum Engineers, Richardson, Tex, pp: 181.
4. Sadretdinov A. A. *Neizotermicheskaya fil'tratsiya szhimaemogo flyuida v sisteme skvazhina-plast*: dis. kand. fiz.-mat. nauk. BashGU, Ufa, 2012.
5. Zotov G. A. *Rukovodstvo po issledovaniyu skvazhin* [Guidebook on studying oil wells]. Moscow: Nauka, 1995.
6. Glumov D. N., Strelkov A. V. *Neftegazovoe delo*, 2011, No. 1.
7. National Institute of Standards and Technology. *Chemistry WebBook*. URL: <http://webbook.nist.gov/chemistry>.
8. Ramazanov A. Sh., Akchurin R. Z. *Vestnik Bashkirskogo universiteta*. 2016. Vol. 21. No. 2. Pp. 269–273.
9. Islamov D. F., Ramazanov A. Sh. *Vestnik Bashkirskogo universiteta*. 2016. Vol. 21. No. 1. Pp. 4–8.

Received 27.02.2017.