

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ВОДОИЗОЛИРУЮЩИХ ЭКРАНОВ В СТВОЛАХ ДОБЫВАЮЩИХ СКВАЖИН

© А. М. Ильясов

Уфимский государственный авиационный технический университет
Россия, Республика Башкортостан, 450008 г. Уфа, ул. К. Маркса, 12.

Email: amilyasov67@gmail.com

В работе, в рамках модели идеально-пластического тела, анализируется прочность двухслойного водоизолирующего барьера, примыкающего к стволу добывающей скважины в пористой среде. Этот барьер создается в результате закачки с последующим затвердением синтетической смолы в пористый пласт через добывающую скважину. Найдены области прочности и текучести внешнего и внутреннего слоев барьера в пространстве параметров задачи.

Ключевые слова: водоизолирующий барьер, пористая среда, дифференциальный метод самосогласования, идеально-пластическое тело.

Введение

Для водоизоляции обводненных интервалов пласта в нефтедобывающей индустрии применяются синтетические смолы, сшивающиеся водные растворы полимеров или цементные растворы.

Преимущество смол и водных растворов полимеров перед цементными растворами состоит в том, что они проникают в пласт на некоторую глубину. Дисперсные частицы цементного раствора не могут проникнуть в пористую породу, поскольку их характерный размер превышает характерный размер пор. В свою очередь, водонепроницаемые барьеры, образованные водными растворами полимеров имеют меньший порог прочности (устойчивости) по сравнению с барьерами, образованными отвердевшими смолами вследствие неустойчивости Сэфмана-Тейлора – прорыва «невязких пальцев» в пористой среде.

Для водоизоляции добывающих скважин в основном используются синтетические смолы трех типов: карбаминоформальдегидные, ацетоноформальдегидные и фенолформальдегидные. В данной работе предложена модель для прогноза прочности двухслойного цилиндрического барьера, образованного синтетической смолой, в зависимости от параметров задачи. В частности, от параметров работы добывающей скважины.

1. Постановка задачи

Для «отключения» обводненных пропластков пласта толщиной h проводится операция их водоизоляции. После остановки работы добывающей скважины производится закачка водоизолирующего материала в рассматриваемый интервал пласта. После затвердения водоизолирующего материала проводится тест на герметичность эксплуатационной колонны в интервале водоизоляции – опресовка колонны. Если герметичность скважины нарушена, то операция водоизоляции повторяется до полной герметичности эксплуатационной колонны. После водоизоляции добывающая скважина вновь вводится в эксплуатацию.

В большинстве случаев цементное кольцо между эксплуатационной колонной и породой бывает полностью разрушено (несвязно) из-за высоких депрессий при добыче углеводородной жидкости. Поэтому, можно принять схему, что водоизолирующий барьер представляет собой двухслойный цилиндр (рис. 1), состоящий из внутреннего слоя, примыкающего к внешней стенке эксплуатационной колонны и определяемого свойствами отвердевшей смолы, а также из внешнего слоя порода/смола, примыкающего к внутреннему слою. Если будет разрушаться внутренний слой барьера, то скважина может обводниться из вышележащих или нижележащих водоносных пропластков. Если же разрушается внешний слой барьера, то водоизоляция данного интервала пласта может быть охарактеризована как технологически неуспешная операция.



Рис. 1. Схема водоизолирующего барьера в плане.

Оптимальной является ситуация, когда оба слоя барьера остаются неразрушенными после введения добывающей скважины в эксплуатацию.

Таким образом, при заданных параметрах материалов водоизолирующих барьеров необходимо определить режимы работы добывающей скважины.

ны, при которых не происходит разрушения слоев барьера.

2. Определение давлений на внутренних границах слоев барьера

При моделировании прочности водоизолирующих барьеров пренебрежем температурными напряжениями.

На рис. 1 параметры эксплуатационной колонны обозначены нижним индексом 1; параметры внутреннего слоя водоизолирующего барьера (слой смолы) – нижним индексом 2; параметры внешнего слоя порода/смола – нижним индексом 3; параметры, относящиеся к породе в интервале водоизоляции, обозначены нижним индексом 4.

Кроме того, введены следующие обозначения: R_t – внутренний радиус эксплуатационной колонны; R_e – внешний радиус эксплуатационной колонны; R_w – внешний радиус внутреннего слоя водоизолирующего барьера (слой смолы); R – внешний радиус внешнего слоя порода/смола.

Также введем обозначения рабочих параметров скважины после ее водоизоляции: p_w – давление внутри эксплуатационной колонны; p_e – давление на внешней стенке эксплуатационной колонны (внутренней стенке внутреннего слоя барьера); p_r – давление на внешней границе внутреннего слоя барьера (на внутренней границе внешнего слоя барьера); p_p – давление на внешней границе внешнего слоя барьера.

Введем осредненную плотность, а также осредненные технические константы вышележащих пород – коэффициент Пуассона и модуль Юнга:

$$\langle \rho \rangle = \frac{1}{H} \int_0^H \rho(z) dz, \quad \langle \nu \rangle = \frac{1}{H} \int_0^H \nu(z) dz, \quad \langle E \rangle = \frac{1}{H} \int_0^H E(z) dz, \quad (2.1)$$

где H – глубина залегания середины рассматриваемого водоизолирующего интервала пласта.

Как было выше сказано, при обводнении скважины контакт между породой и цементным кольцом не является идеальным и заколонное пространство в интервале водоизоляции заполнено пластовой водой, которая действует на породу с давлением p_{r0} .

В работе [1] получено решение для упругого трансверсально-изотропного полупространства с цилиндрической полостью радиуса R_w с учетом объемных сил и давлением p_{r0} внутри полости.

Для изотропного полупространства решение упрощается. В этом случае давление на произвольном расстоянии от центра скважины ($r > R_w$) равно

$$p_{p0} = \frac{\langle \nu \rangle}{1 - \langle \nu \rangle} \langle \rho \rangle gH \left(1 - \frac{R_w^2}{r^2} \right) + p_{r0} \frac{R_w^2}{r^2}, \quad (2.2)$$

где g – ускорение силы тяжести.

Поскольку пропласток в интервале водоизоляции насыщен водой, то к решению (2.2) нужно прибавить нормальное напряжение в жидкой фазе. В этом случае давление на внешней границе внешнего слоя будет равно

$$p_{p0} = \frac{\langle \nu \rangle}{1 - \langle \nu \rangle} \langle \rho \rangle gH \left(1 - \frac{R_w^2}{r^2} \right) + p_{r0} \frac{R_w^2}{r^2} + \alpha p, \quad (2.3)$$

где p – поровое давление в водоизолируемом интервале пласта; $\alpha = K_4 / K_{4m}$ – постоянная Био, где K_4 и K_{4m} соответственно объемные модули водонасыщенного скелета породы и материала зерен скелета породы в интервале водоизоляции пласта.

Синтетические смолы для водоизоляции пропластков закачивают в небольших объемах порядка $V = (1 \div 3) \text{ м}^3$. Радиус внешней границы барьера можно оценить по формуле $R = \sqrt{R_e^2 + V / \pi m h}$, где m – коэффициент пористости среды, а h – толщина обводненного пропластка. Полагая $R_e = 0.073 \text{ м}$, $h = 10 \text{ м}$, $m = 0.25$, получим следующую оценку: $R = (0.364 \div 0.622) \text{ м}$. Следовательно, в породу смола проникает на расстояние порядка $l = R - R_w = (0.256 \div 0.514) \text{ м}$.

Для определения давлений на внешней стенке эксплуатационной колонны p_e и внешней границе внутреннего слоя барьера p_r после запуска скважины решим задачу Ламе для трехслойного упругого цилиндра с заданными давлениями на его внутренней p_w и внешней p_p границах.

Как выше было сказано, после водоизоляции рассматриваемого интервала пласта проводится тест на герметичность скважины в этом интервале. Поэтому будем считать, что на границах контактов двухслойного барьера с колонной и породой, а также на границе между слоями барьера выполняются условия идеального контакта [2].

Таким образом, на контактных границах должны выполняться условия непрерывности радиальной компоненты вектора перемещения w и вектора напряжения $\bar{\sigma}_n$

$$w(R_e + 0) = w(R_e - 0), \quad \bar{\sigma}_n(R_e + 0) = \bar{\sigma}_n(R_e - 0) \quad (2.4)$$

$$w(R_w + 0) = w(R_w - 0), \quad \bar{\sigma}_n(R_w + 0) = \bar{\sigma}_n(R_w - 0) \quad (2.5).$$

Кроме того, должно быть выполнено граничное условие на внутренней стенке эксплуатационной колонны

$$\bar{\sigma}_n(R_t) = -p_w \bar{n}, \quad (2.6)$$

а также внешней границе водоизолирующего барьера

$$\bar{\sigma}_n(R) = -p_p \bar{n}, \quad (2.7)$$

Подробная запись соотношений (2.4)–(2.7) приводит к системе уравнений для определения вектора \vec{C} :

$$A\vec{C} = \vec{b} \quad (2.8)$$

где введены обозначения:

$$\vec{C} = (A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3)^T, \quad \vec{b} = (0, 0, 0, 0, -p_w, -p_p)^T \quad (2.9)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

Матрица (2.10) не вырождена, поэтому решение системы (2.8) имеет вид:

$$\vec{C} = A^{-1}\vec{b} \quad (2.12)$$

После определения вектора констант \vec{C} находится давление на внешней стенке эксплуатационной колонны p_e :

$$p_e = -\frac{E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} A_1 + \frac{E_1}{(1+\nu_1)} \frac{1}{R_e^2} B_1, \quad (2.13)$$

а также давление на внешней границе внутреннего слоя барьера p_r :

$$p_r = -\frac{E_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} A_2 + \frac{E_2}{(1+\nu_2)} \frac{1}{R_w^2} B_2. \quad (2.14)$$

Для элементов матрицы A введены обозначения:

$$\begin{aligned} a_{11} &= R_e, & a_{12} &= R_e^{-1}, & a_{13} &= -R_e = -a_{11}, & a_{14} &= -R_e^{-1} = -a_{12}, \\ a_{21} &= \frac{E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}, & a_{22} &= -\frac{E_1}{(1+\nu_1)} R_e^{-2}, & a_{23} &= -\frac{E_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)}, & a_{24} &= \frac{E_2}{(1+\nu_2)} R_e^{-2}, \\ a_{33} &= R_w, & a_{34} &= R_w^{-1}, & a_{35} &= -R_w = -a_{33}, & a_{36} &= -R_w^{-1} = -a_{34}, \\ a_{43} &= \frac{E_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} = -a_{23}, & a_{44} &= -\frac{E_2}{(1+\nu_2)} R_w^{-2}, & a_{45} &= -\frac{E_3}{(1+\nu_3)(1-2\nu_3)}, \\ a_{46} &= \frac{E_3}{(1+\nu_3)} R_w^{-2}, & a_{51} &= \frac{E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} = a_{21}, & a_{52} &= -\frac{E_1}{(1+\nu_1)} R_t^{-2}, \\ a_{65} &= \frac{E_3}{(1+\nu_3)(1-2\nu_3)} = -a_{45}, & a_{66} &= -\frac{E_3}{(1+\nu_3)} R^{-2}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

3. Определение эффективных упругих модулей внешнего слоя барьера

Внешний слой барьера можно моделировать как двухфазный дисперсный композиционный материал, в котором роль матрицы играет скелет породы, а роль наполнителя – частицы смолы, заполняющие поровое пространство. Следовательно, необходимо определить упругие постоянные композита, армированного дисперсными частицами как параметры эффективной однородной среды. Для определения эффективных упругих модулей применим дифференциальный метод самосогласования, описанный в обзорной работе [3]. Будем моделировать заполненное синтетической смолой поровое пространство хаотически расположенными сферическими включениями. Для сферических включений дифференциальный метод самосогласования впервые был применен в работе [4].

Для изотропной эквивалентной среды данный метод приводит к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) для определения двух упругих констант – модуля объемного сжатия K_3 и модуля сдвига G_3 . В принятых обозначениях имеем:

$$\frac{dK_3}{d\alpha_2} = \frac{(K_2 - K_3)(3K_3 + 4G_3)}{(3K_2 + 4G_3)(1 - \alpha_2)}, \quad \alpha_2 \in [0, m], \quad (3.1)$$

$$\frac{dG_3}{d\alpha_2} = \frac{5(G_2 - G_3)(3K_3 + 4G_3)G_3}{4G_3(3G_2 + 2G_3) + 3K_3(2G_2 + 3G_3)} \frac{1}{(1 - \alpha_2)} \quad (3.2)$$

со следующими начальными условиями ($\alpha_2 \rightarrow 0$):

$$K_3(0) = \frac{E_4}{3(1-2\nu_4)}, \quad G_3(0) = \frac{E_4}{2(1+\nu_4)}, \quad (3.3)$$

где E_4, ν_4 – соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона водонасыщенного скелета породы.

Пересчет технических констант эффективной среды проводится по обычным формулам теории изотропной упругости:

$$E_3 = \frac{9K_3G_3}{3K_3 + G_3}, \quad \nu_3 = \frac{3K_3 - 2G_3}{6K_3 + 2G_3} \quad (3.4)$$

4. Области прочности и текучести слоев водоизолирующего барьера в пространстве параметров задачи

Далее определим области прочности и текучести слоев водоизолирующего барьера. Следуя работе [5] вводятся безразмерные параметры для однослойной изотропной идеально-пластической трубы

$$x = p/P, \quad \Sigma_s = \sigma_s/P, \quad \rho = R/r_0, \quad (4.1)$$

где x – отношение давлений соответственно на внутренней p и внешней P стенках трубы; σ_s – прочность материала трубы на сжатие; R – внешний радиус трубы; r_0 – внутренний радиус трубы.

Использование введенных безразмерных параметров, приводит к условию прочности Губера-Мизеса для толстостенной трубы [5]:

$$a_1x^2 + b_1x + c_1 < 0, \quad a_1 = 3\rho^4 + (1-2\nu)^2 > 0, \quad b_1 = -2[3\rho^4 + \rho^2(1-2\nu)^2] < 0, \\ c_1 = 4(\nu^2 - \nu + 1)\rho^4 - (\rho^2 - 1)^2\Sigma_s^2, \quad x_0 = -b_1/2a_1 > 1, \quad D = b_1^2 - 4a_1c_1, \\ x_{1,2} = (-b_1 \pm \sqrt{D})/2a_1. \quad (4.2)$$

В табл. 1 показаны области решения неравенства (4.2).

При исследовании прочности внутреннего слоя барьера в (4.1) и (4.2) нужно положить:

$$p = p_e, \quad P = p_r, \quad \Sigma_s = \sigma_{s2}/p_r, \quad \rho = R_w/R_e, \quad \nu = \nu_2, \quad (4.3)$$

где σ_{s2} – прочность смолы на сжатие; ν_2 – коэффициент Пуассона смолы.

При исследовании прочности внешнего слоя барьера нужно положить:

$$p = p_r, \quad P = p_p, \quad \Sigma_s = \sigma_{s3}/p_p, \quad \rho = R/R_w, \quad \nu = \nu_3, \quad (4.4)$$

где σ_{s3} – прочность композита смола/порода на сжатие; ν_3 – коэффициент Пуассона двухфазной среды смола/порода, который также как и мо-

дуль юнга E_3 , вычисляется по формулам (3.4) в результате решения системы ОДУ (3.1)–(3.3).

При нахождении областей прочности и текучести слоев водоизоляционного барьера согласно таблице 1 и формулам (4.1), (4.2) использовались следующие параметры: $R_i = 0.066$ м; $R_e = 0.073$ м; $R_w = 0.108$ м; $\alpha = 0.85$; поровое давление в водонасыщенном пропластке $p_0 = p$ и радиус внешнего слоя барьера R варьировались. Значения пористости также варьировались от $m=0$ до $m=0.5$. Также варьировались модуль Юнга смолы E_2 и прочность смолы σ_{s2} . Модуль Юнга стальной колонны равен $E_1 = 204000$ МПа, а ее коэффициент Пуассона равен $\nu_1 = 0.25$. Средняя плотность породы равна $\langle \rho \rangle = 2500$ кг/м³, а средний коэффициент Пуассона породы равен $\langle \nu \rangle = 0.25$. Забойное давление p_w также варьировалось.

Для определения прочности двухфазного барьера смола/порода σ_{s3} необходимо проводить серию экспериментов на кернах с отвердевшей синтетической смолой. В данной работе прочность внешнего слоя барьера оценивалась по «правилу смесей»

$$\sigma_{s3} = m\sigma_{s2} + (1-m)\sigma_{s4} \quad (4.5)$$

Для примера на рис. 2 показаны трехмерные области прочности (синим цветом) и текучести (зеленым цветом) а) – внешнего слоя; б) – внутреннего слоя; в) – обоих слоев одновременно в зависимости от прочности смолы, забойного давления и коэффициента Пуассона смолы при фиксированной глубине проникновения смолы $l=0.05$ м, коэффициенте пористости $m=0.25$ и поровом давлении 30 МПа и модуле Юнга водонасыщенного скелета в интервале водоизоляции $E_4 = 5 \cdot 10^9$ ГПа. Видно, что область параметров, где оба слоя прочны меньше соответствующих областей для отдельных слоев водоизолирующего барьера.

Таблица 1

Области прочности и текучести цилиндра при $x \in [0,1]$

Номер области решения неравенства (4.2)	Области изменения D и c_1	Область изменения x_0	Положение корней x_1, x_2 относительно единицы	Область прочности	Область текучести
1	$D \leq 0$	$x_0 > 1$	–	–	$x \in [0,1]$
2.1	$D > 0, c_1 \geq 0$	$x_0 > 1$	$x_2 \in [0,1], x_1 > 1$	$x \in [x_2, 1]$	$x \in [0, x_2]$
2.2	$D > 0, c_1 \geq 0$	$x_0 > 1$	$x_1 > 1, x_2 > 1$	–	$x \in [0,1]$
3	$D > 0, c_1 < 0$	$x_0 > 1$	$x_1 > 1, x_2 < 0$	$x \in [0,1]$	–

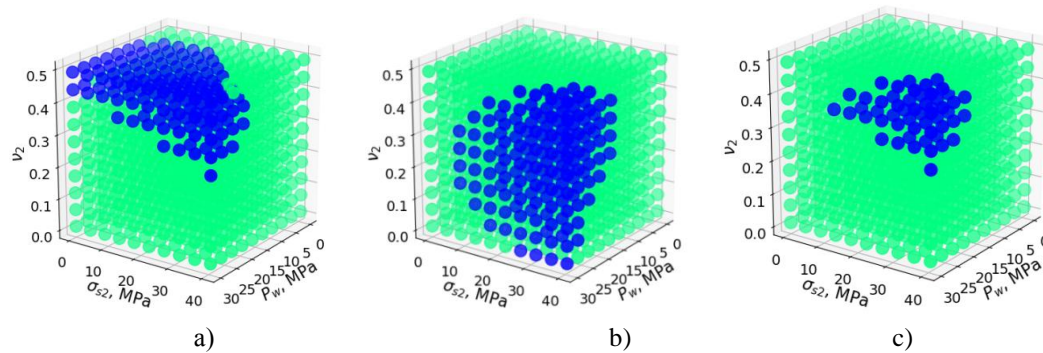


Рис. 2. Области прочности и текучести двухслойного водоизолирующего экрана из синтетической смолы.

Заключение

Предложена математическая модель для оценки прочности двухслойного водоизоляционного барьера, образованного в результате закачки отверждающейся синтетической смолы. Модель основана на решении задачи об изотропном упругом полупространстве с полостью, решении задачи Ламе для трехслойного цилиндра, а также критерии текучести Мизеса для изотропного идеально-пластического материала. Для определения эффективных модулей внешнего слоя барьера в породе использовался дифференциальный метод согласования упругих полей. Построены области прочности и текучести в пространстве параметров задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 17-41-020226 p_a.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. С. 416.
2. Димитриенко Ю. И. Нелинейная механика сплошной среды. М.: Физматлит, 2009. С. 624.
3. Устинов К. Б. Об определении эффективных упругих характеристик двухфазных сред. Случай изолированных неоднородностей в форме эллипсоидов вращения // Успехи механики. 2003. №2. С. 126–168.
4. Roscoe R.A. Isotropic composites with elastic and viscoelastic phases: general bounds for the moduli and solutions for special geometries // Rheol. Acta. 1973. Vol. 12. P. 404–411.
5. Ильясов А.М. Оценка прочности цементного кольца, прилегающего к стволу добывающей скважины // ПМТФ. 2017. Т. 58. №1. С. 210–217.

Поступила в редакцию 14.09.2018 г.

MODELING OF STRENGTH OF WATER SHUT-OFF BAFFLES IN PRODUCTION WELLS

© A. M. Ilyasov

*Ufa State Aviation Technical University
12 Karl Marx Street, 450008 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*

Email: amilyasov67@gmail.com

An important engineering task for old oil fields with high water cut production wells is water shut-off (WSO) in these wells. For successful WSO operations in porous formations, it is necessary to create appropriate mathematical models taking into account rock mechanical properties, elastic properties of water-shutoff agents, as well as other technological parameters. In this regard, there is a problem of developing mathematical model for evaluating the strength of water shutoff baffles from cement slurry and synthetic resins applicable in porous formations in production water-cut wells. Therefore, it can be assumed that the WSO baffle is a two-layer cylinder consisting of an inner layer adjacent to the external wall of the production casing with the properties of a solidified resin, and also of the outer rock-resin layer adjacent to the inner layer. If the inner layer of the baffle is damaged, the well can be flooded from the overlying or underlying water zones. If the outer layer of the baffle is damaged, then the WSO operation for this reservoir zone can be described as a technological failure. A mathematical model was proposed for evaluating the strength of a two-layer water shut-off baffle, created from the injection of a hardening synthetic resin. The model is based on solution of the problem for an isotropic elastic half-space with a cavity, the Lamé problem for a three-layer cylinder and on the Mises yield criterion for an isotropic perfect plastic material. To determine the effective moduli of the baffle outer layer in the rock, a differential method for the elastic field matching was applied. The strength diagrams were constructed as a function of WSO material volume, bottomhole pressure, reservoir geomechanical properties, WSO material elastic properties, and formation depth.

Keywords: water-insulating barrier, porous medium, differential self-consistency method, ideal plastic body.

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at bulletin_bsu@mail.ru if you need translation of the article.

REFERENCES

1. Lekhnitskii S. G. *Teoriya uprugosti anizotropnogo tela* [The theory of elasticity of anisotropic body]. Moscow: Nauka, 1977. Pp. 416.
2. Dimitrienko Yu. I. *Nelineinaya mekhanika sploshnoi sredy* [Nonlinear mechanics of continuous medium]. Moscow: Fizmatlit, 2009. Pp. 624.
3. Ustinov K. B. *Uspekhi mekhaniki*. 2003. No. 2. Pp. 126–168.
4. Roscoe R.A. *Rheol. Acta*. 1973. Vol. 12. Pp. 404–411.
5. Ilyasov A.M. *PMTE*. 2017. Vol. 58. No. 1. Pp. 210–217.

Received 14.09.2018.