МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТОКОВ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ВОКРУГ НЕПОДВИЖНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РАЗЛИЧНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

© О. А. Абрамова*, А. В. Гимадеев, Н. Б. Фаткуллина

Башкирский государственный университет
Центр микро- и наномасштабной динамики дисперсных систем
Россия, Республика Башкортостан, 450076 г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.

Тел.: +7 (347) 229 96 70.

*Email: olgasolnyshkina@gmail.com

Исследуются гидродинамические потоки вокруг элементов микроструктур, возникающие при медленном течении вязкой несжимаемой жидкости под действием заданной на бесконечности постоянной скорости. Трехмерное компьютерное моделирование производится с помощью разработанных ранее программных модулей на основе ускоренного метода граничных элементов. Разработана качественная триангуляция элементов микроструктур, имеющих поперечное сечение в форме различных правильных многоугольников. Проведены расчеты и визуализация поля скоростей вокруг нескольких элементов, ограниченных с четырех сторон плоскими стенками. Изучены особенности возникающих картин течения в зависимости от формы поперечного сечения отдельных объектов, а также их взаимного расположения в пространстве.

Ключевые слова: численное моделирование, метод граничных элементов, режим Стокса, течения в микроканалах, гидродинамические потоки.

Введение

Микрогидродинамика – новая развивающаяся междисциплинарная наука XXI в., где механика жидкости соприкасается со многими областями физики, химии и биологии. Необходимость интенсивного развития нового направления связана с ростом интереса к молекулярной биологии, созданию систем диагностики *in vitro*, микроэлектронике и созданию «лабораторий-на-чипе» [11]. Нефтегазовая, медицинская, экологическая и другие отрасли промышленности важные для российской экономики требуют внедрения новых технологий, которые могут быть разработаны на основе фундаментальных исследований в микрогидродинамике.

Моделирование медленных течений в сложных трехмерных областях имеет значение для микрогидродинамики при создании лабораторий-на-чипе, применяющихся, к примеру, для изучения многостадийных биохимических процессов, в которых одним из управляющих механизмов является перемешивание реагентов.

Также изучение течений вязкой жидкости в микроструктурах с неровностями на стенках в виде распределенных групп элементов различной формы имеет значение при конструировании отдельных элементов микротеплообменников. В связи с современной тенденцией увеличения мощности микроэлектромеханических систем (МЭМС), остро встает вопрос их эффективного охлаждения. Микротеплообменники представляют собой устройства, в которых жидкость, протекая через различные структуры, отводит тепло от устройства. Эффективность охлаждения зависит от характеристик жидкости, материала, из которого изготавливаются

чип и от параметров геометрии, через которую проходит жидкость. Микромасштабные холодильные системы имеют широкий спектр потенциальных применений, таких как охлаждение для интегральных схем, MEMS-датчиков, радиочастотной электроники и биомедицинских устройства [5–8].

Влияние геометрии структур активно изучается исследовательскими группами, как с экспериментальной точки зрения, так и с теоретической. Например, в [5] рассматривается работа активного холодильного устройства, которое основано на цикле Стирлинга. Экспериментально и численно изучалось влияние неровностей в виде небольших столбиков с поперечным сечением различной формы на стенках микрокамеры, в которой происходит течение жидкости или газа, на тепломассоперенос. Было выяснено, что наличие шероховатости может увеличить тепло- и массообменные характеристики, а также что масштаб шероховатости менее значителен, чем плотность упаковки столбиков в пристеночном слое шероховатости. В [6] экспериментально рассматривалось влияние соотношения диаметра столбиков к их высоте и расстояния между ними к их диаметру на коэффициент трения и перепад давления при течении жидкости сквозь массив распределенных на поверхности микрочипа столбиков при умеренных числах Рейнольдса ($Re = 1–100$).

В статье [8] теоретически и экспериментально исследовалось влияние кремниевых структур на теплопередачу, перепад давления и коэффициент трения при течении охлаждающей жидкости. Было установлено, что для больших чисел Рейнольдса более плотное расположение структур предпочтительнее, тогда как менее плотное эффективнее при меньших числах Рейнольдса.

Таким образом, понимание основ микромасштабных течений и способы управления ими играют важную роль в разработке новых технологий, значимых для российской экономики. Кроме того, развитие современного гибкого кастомизированного производства тесно связано с повышением эффективности компьютерных технологий проектирования, моделирования, оптимизации и тестирования, которые, в свою очередь, основаны на прогрессе фундаментальных исследований во многих областях.

В рамках данного исследования моделируется течение жидкости без примесей сквозь распределенные в пространстве структуры в Стоксовом режиме. Используется подход, предложенный и протестированный авторами в предыдущих работах [3–4; 12], в основе которого лежит трехмерный ускоренный метод граничных элементов (МГЭ). Все расчеты проводились на вычислительной машине, оснащенной несколькими многоядерными центральными процессорами и одной графической картой, с применением CPU/GPU параллелизма.

Несмотря на то, что модельная задача не отражает всей сложности физического процесса, она помогает изучить некоторые характерные закономерности изменения картин течения вязкой жидкости в микроканалах с препятствиями в виде упорядоченных массивов столбиков.

Постановка задачи и численная реализация

Рассматривается задача о течении вязкой несжимаемой жидкости в микроструктурах различной конфигурации (рис. 1). Геометрия области представляет собой несколько фиксированных недеформируемых элементов, ограниченных с четырех сторон плоскими пластинами. Причем длина каждого элемента больше его ширины. Все процессы происходят достаточно медленно при характерных числах Рейнольдса меньше единицы. Таким образом, установившееся течение жидкости описывается стационарными уравнениями Стокса. На всех поверхностях моделируемых структур задается условие прилипания. На бесконечности задана постоянная скорость жидкости $\mathbf{U}_\infty = (U, 0, 0)$.

Рис.1. Схематическое изображение задачи о течении вязкой жидкости вокруг микроструктур.

В основе численного подхода, используемого для решения задачи расчета поля скоростей вокруг недеформируемых элементов, лежит метод МГЭ, который изложен в [9] для течений в стоковом режиме и успешно применялся для расчета течения вязкой жидкости и дисперсных систем в различных областях [1–2; 10; 14]. МГЭ очень эффективен при решении трехмерных задач в областях со сложной геометрией или в бесконечных областях, поскольку все расчеты проводятся только для границы. В рамках МГЭ исходные дифференциальные уравнения Стокса для точек всей области переписываются в гранично-интегральной форме и связывают значения в точках только на границе области. Поверхность каждого объекта покрывается пространственной сеткой с плоскими треугольными элементами, по которым строятся квадратурные формулы граничных интегралов. Далее гранично-интегральные уравнения сводятся к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с плотной несимметричной матрицей относительно неизвестных компонент вектора нормальных напряжений на границе. Поскольку для получения достоверных результатов необходима достаточно мелкая равномерная сетка на всех элементах микроструктуры, включая ограничивающие пластины, то возникает проблема нехватки памяти вычислительной системы.

Таким образом, трехмерное моделирование течений вязкой жидкости в областях со сложной геометрией невозможно с применением стандартного МГЭ подхода и требует использования высокопроизводительных вычислений и современных эффективных алгоритмов.

Для расчетов больших задач с десятками тысяч расчетных узлов авторами было разработано несколько версий МГЭ, ускоренных с помощью распараллеливания на графических процессорах, а также с применением иерархического быстрого метода мультиполей (БММ) [12], реализованного на гетерогенных вычислительных архитектурах [4].

Несмотря на то, что гетерогенный БММ позволяет решать системы большого размера, при моделировании возникает проблема, связанная с плохой обусловленностью системной матрицы. Для решения этой проблемы была разработана ранее flexible версия GMRES. Одним из основных преимуществ fGMRES является возможность использования в качестве правого предобуславливателя нефиксированной матрицы. Для этой цели применяется БММ пониженной точности, в то время как в глобальных итерациях – БММ повышенной точности. Впервые подобный подход был описан при решении уравнения Гельмгольца в работе [3], а при моделировании течений Стокса методом граничных элементов использовался только в [1].

Более подробно постановка задачи, гранично-интегральная формулировка для данного случая, особенности численной и аппаратной реализации

алгоритмов описаны в предыдущих работах авторов [1–2].

Результаты моделирования

Рассматривается область, состоящая из трех последовательно расположенных элементов различного поперечного сечения. Элементы ориентированы поперек потока и ограничены с четырех сторон плоскими пластинами так, что образуется область канала прямоугольного поперечного сечения. Конфигурация рассматриваемой неподвижной структуры представлена на рис. 2. Геометрические параметры окружающего короба из плоских пластин были следующими: длина по x $L_x = 60R$, ширина по y $L_y = 5 \cdot R$, ширина по z $L_z = 15R$. Масштабом расстояния служит R – радиус элемента в случае цилиндрического сечения или радиус описанной окружности в случае сечения в форме многогранника (рис. 2). Совокупность структур была расположена внутри ограничивающих пластин таким образом, что параболический профиль потока, характерный для течения в плоскопараллельном канале, сформировывался до достижения группы объектов. Оси симметрии элементов были расположены одинаково по z , $z_0 = L_z/2$, полностью занимали всю ширину канала по y , и варьировалось

их расположение по x – центральный элемент был расположен в $x_0 = L_x/2$, а остальные распределялись по x на расстояниях $\Delta x = 0.5R, 1R, 1.5R$ друг от друга.

Была разработана качественная триангуляция элементов с поперечным сечением в форме круга и правильного пяти-, шести- и семиугольника (рис. 3). В расчетах использовались случаи, когда на поверхности каждого из упомянутых типов элементов было $N_\Delta = 4688$, $N_\Delta = 3560$, $N_\Delta = 4272$ и $N_\Delta = 4984$ треугольных элемента соответственно. На поверхности окружающих пластин суммарно было $N_\Delta = 202384$. В результате общий размер задачи варьировался от $N_\Delta = 213064$ до $N_\Delta = 217336$ и размер расчетной матрицы от $N_\Delta = 639192$ до $N_\Delta = 652008$ соответственно.

Проводились расчеты стационарного течения жидкости вокруг элементов при различных значениях заданной на бесконечности скорости, таким образом, что число Рейнольдса варьировалось в пределах от $Re = 0.05$ до $Re = 0.5$. Результаты моделирования подтвердили, что изменение скорости потока в рамках малых чисел Рейнольдса, характеризующих Стоксовы течения, не оказывает влияния на картину течения и распределение скоростей при обтекании неподвижных недеформируемых структур.

Рис. 2. Вид расчетной области с элементами, расположенными поперек потока.

Рис. 3. Триангуляция элементов различного поперечного сечения $N_\Delta = 4688$, $N_\Delta = 3560$, $N_\Delta = 4984$ (слева направо).

Рис. 4. Визуализация линий тока вокруг элементов различных поперечных сечений, фрагмент расчетной области $23R \leq x \leq 37R$, $5R \leq z \leq 10R$ в сечении плоскостью $y = 0$, $Re = 0.5$. Расстояние между элементами $\Delta x = 0.5R$.

Рис. 5. Визуализация линий тока вокруг элементов различных поперечных сечений, фрагмент расчетной области $23R \leq x \leq 37R$, $5R \leq z \leq 10R$ в сечении плоскостью $y = 0$, $Re = 0.5$. Расстояние между элементами $\Delta x = 1R$.

Кроме того, рассматривалось влияние взаимного расположения элементов на образование застойных зон и отрывных течений. Варьировалось расстояние между объектами по оси x , $\Delta x = 0.5R, 1R, 1.5R$.

На рис. 4–6 представлена визуализация линий тока для всех рассматриваемых случаев. Из рисунков видно, что картина течения вблизи элементов

отличается в зависимости от формы поперечного сечения. Кроме того, показано образование застойных зон течения между расположенными в ряд элементами. Структура завихрений изменяется при увеличении расстояния Δx , и при $\Delta x > R$ образования застойных зон не происходит и поток обтекает элементы в структуре как одиночные.

Рис. 6. Визуализация линий тока вокруг элементов различных поперечных сечений, фрагмент расчетной области $23R \leq x \leq 37R$, $5R \leq z \leq 10R$ в сечении плоскостью $y = 0$, $Re = 0.5$. Расстояние между элементами $\Delta x = 1.5R$.

Все расчеты проводились на персональной рабочей станции следующей конфигурации: CPU Intel Xeon 5660, 2.8GHz, 12 GB RAM и GPU NVIDIA Tesla K20, 5 GB глобальной памяти (архитектура Kepler).

Заключение

На основе ускоренного метода граничных элементов проведено трехмерное прямое моделирование и параметрическое исследование потоков вязкой жидкости в микроструктурах различной конфигурации за разумное время. Изучение особенностей картин течения вязкой несжимаемой жидкости вокруг объектов сложной геометрии вызывает большой интерес, как с точки зрения практического применения, так и вывода теоретических закономерностей подобных процессов. Расчеты для обтекания групп элементов различного поперечного сечения могут быть актуальны при конструировании микротеплообменников и лабораторий на чипе. Исследования будут продолжены в данном направлении и расширены включением в рассмотрение динамики дисперсных частиц.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ МК – 549.2019.1. Библиотека FMM предоставлена Fantalgo, LLC (Maryland, USA).

ЛИТЕРАТУРА

1. Abramova O. A., Itkulova Yu. A., Gumerov N. A. FMM/GPU Accelerated BEM Simulations of Emulsion Flows in Microchannels // Contribution paper of ASME 2013 IMECE, 2013.
2. Abramova O. A., Pityuk Y. A., Gumerov N. A., Akhatov I. S. Three-dimensional simulation of Stokes flow around a rigid structure using FMM/GPU accelerated BEM // Communications in Computer and Information Science. 2019. Vol. 965. Pp. 427–438.
3. Gumerov N. A., Duraiswami R. Fast multipole methods for the Helmholtz equation in three dimensions. Elsevier, Oxford, UK, 2005. Pp. 426.
4. Gumerov N. A., Duraiswami R. Fast multipole methods on graphics processors // J. Comput. Phys. 2008. Vol. 227(18). Pp. 8290–8313.
5. Guo D. Design, Analysis, Modeling and Testing of a Microscale Refrigeration System. 2014. Dissertations. Paper 450.
6. Guo D., Gao J., Santhanam S., Yao Sh-Ch. Experimental investigation of laminar flow across short micro pin fin arrays // J. Microelectromech. Syst. 2014. Vol. 24. No. 9. 095011.
7. Losey M. W., Jackman J., Firebaugh S. L., Schmidt M. A., Jensen K. Design and fabrication of microfluidic devices for multiphase mixing and reaction // J. Microelectromech. Syst. 2002. Vol. 11. Pp. 709–717.
8. Peles Y., Kosar A., Mishra C., Kuo C. J., Schneider B. Forced convective heat transfer across a pin fin micro heat sink // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2005. Vol. 48. Pp. 3615–3627.
9. Pozrikidis C. Boundary Integral and Singularity Methods for Linearized Viscous Flow. Cambridge, MA: Cambridge University Press. 1992. 259 p.
10. Pozrikidis C. Creeping flow in two-dimensional channels // J. Fluid Mech. 1987. Vol. 180. Pp. 495–514.
11. Stone H. A., Stroock A. D., Ajdari A. Engineering flows in small devices: microfluidics toward a Lab-on-a-Chip // Annu. Rev. Fluid Mech. 2004. Vol. 36. Pp. 381–411.
12. Tornberg A. K., Greengard L. A fast multipole method for the three-dimensional Stokes equations // J. Comput. Phys. 2008. Vol. 227(3). Pp. 1613–1619.
13. Zinchenko A. Z., Davis R. H. A multipole-accelerated algorithm for close interaction of slightly deformable drops // J. Comp. Phys. 2005. Vol. 207. Pp. 695–735.
14. Zinchenko A. Z., Davis R. H. Motion of deformable drops through granular media and other confined geometries // J. Colloid Sci. 2009. Vol. 334. Pp. 113–123.

Поступила в редакцию 30.09.2019 г.

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2019.4.3

NUMERICAL SIMULATION OF THE HYDRODYNAMIC FLOW OF A VISCOUS FLUID AROUND THE FIXED ELEMENTS OF VARIOUS CROSS-SECTION SHAPES

© O. A. Abramova*, A. V. Gimadeev, N. B. Fatkullina

*Center for Micro- and Nanoscale Dynamics of Dispersed Systems
Bashkir State University
32 Zaki Validi Street, 450076 Ufa, Bashkortostan Republic, Russia.*

Phone: +7 (347) 229 96 70.

*Email: olgasolnyshkina@gmail.com

The authors of the article studied the flow patterns around the elements of microstructure. The creeping flow of a viscous incompressible fluid under the action of a constant velocity at infinity was considered. Three-dimensional computer modeling was performed using previously developed software modules based on the boundary element method, accelerated by the use of an advanced scalable algorithm (FMM) and a heterogeneous computing architecture (multicore CPUs and graphics processors). A flexible GMRES solver was utilized for solving large-scale problems. High-quality triangulation of microstructure elements of various cross-sections shapes was developed. The calculations and visualization of the velocity field around several items bounded on four sides by flat walls were carried out. The features of flow pattern were studied depending on the cross-sectional shape of individual objects and on their relative position in the domain. The effect of the location of the elements on the formation of the stagnation zones was studied as well. The results of the research show that the developed software can serve as a valuable research tool for a wide range of problems related to fluid flow in various structures with complicated geometry in microscale. As a future work, the physical model and appropriate algorithmic modifications will be extended for taking into account effects of the dynamics of dispersed particles in the viscous fluid flow around microstructures. The reported study was funded by the grant of the President Russian Federation MK-549.2019.1, FMM library was provided by Fantalgo, LLC (Maryland, USA).

Keywords: numerical simulations, boundary element method, Stokes flow, micro-channel flow, viscous flow pattern.

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at bulletin_bsu@mail.ru if you need translation of the article.

REFERENCES

1. Abramova O. A., Itkulova Yu. A., Gumerov N. A. Contribution paper of ASME 2013 IMECE, 2013.
2. Abramova O. A., Pityuk Y. A., Gumerov N. A., Akhatov I. S. Communications in Computer and Information Science. 2019. Vol. 965. Pp. 427–438.
3. Gumerov N. A., Duraiswami R. Fast multipole methods for the Helmholtz equation in three dimensions. Elsevier, Oxford, UK, 2005. Pp. 426.
4. Gumerov N. A., Duraiswami R. J. Comput. Phys. 2008. Vol. 227(18). Pp. 8290–8313.
5. Guo D. Design, Analysis, Modeling and Testing of a Micro-scale Refrigeration System. 2014. Dissertations. Paper 450.
6. Guo D., Gao J., Santhanam S., Yao Sh-Ch. J. Micromech. Microeng. 2014. Vol. 24. No. 9. 095011.
7. Losey M. W., Jackman J., Firebaugh S. L., Schmidt M. A., Jensen K. J. Microelectromech. Syst. 2002. Vol. 11. Pp. 709–717.
8. Peles Y., Kosar A., Mishra C., Kuo C. J., Schneider B. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2005. Vol. 48. Pp. 3615–3627.
9. Pozrikidis C. Boundary Integral and Singularity Methods for Linearized Viscous Flow. Cambridge, MA: Cambridge University Press. 1992.
10. Pozrikidis C. J. Fluid Mech. 1987. Vol. 180. Pp. 495–514.
11. Stone H. A., Stroock A. D., Ajdari A. Annu. Rev. Fluid Mech. 2004. Vol. 36. Pp. 381–411.
12. Tornberg A. K., Greengard L. J. Comput. Phys. 2008. Vol. 227(3). Pp. 1613–1619.
13. Zinchenko A. Z., Davis R. H. J. Comp. Phys. 2005. Vol. 207. Pp. 695–735.
14. Zinchenko A. Z., Davis R. H. J. Colloid Sci. 2009. Vol. 334. Pp. 113–123.

Received 30.09.2019.