

УДК 532.5

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2020.3.3

ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОЕ ТЕЧЕНИЕ БИНАРНОЙ ГОМОГЕННОЙ ПЛЕНКИ РАСТВОРА С УЧЕТОМ ДИФФУЗИИ ПАРОВ ЛЕТУЧИХ КОМПОНЕНТОВ

© К. А. Бородина

Тюменский государственный университет
Россия, 625003 г. Тюмень, ул. Семакова, 10.

Тел.: +7 (982) 917 88 97.

Email: k.a.borodina@mail.ru

Межфазная конвекция – широко распространенное явление, встречающееся в различных отраслях техники, включая химические технологии. Наибольший интерес в случае тонких пленок жидкости представляет конвекция Марангони. Фазовые переходы существенно влияют на конвективное течение, изменяя коэффициент поверхностного натяжения. В данной работе исследуется поведение тонкой пленки бинарного гомогенного раствора при ее нагреве. Изменение температуры свободной поверхности вместе с уходом летучего компонента приводит к двум противоположным эффектам по направленности градиента поверхностного натяжения. Обоснована необходимость учета движения летучего компонента над поверхностью раствора. Предложена численная схема расчета поля концентрации растворенного компонента в пленке переменной толщины, а также получены аналитические оценки и решения.

Ключевые слова: термокапиллярное течение, конвекция Марангони, жидкая пленка.

Введение

Обзор работ по межфазной конвекции приведен в [1–2]. Движение тонких пленок рассматривается, как правило, в рамках длинноволнового приближения [3–4]. Балансовые соотношения на границе раздела сред с учетом фазовых переходов описаны в [5–6], также некоторые вопросы постановки граничных условий проанализированы [7]. Течение жидкости с учетом испарения в приближении тонкого слоя рассмотрено в [8–11]. Различные способы выбора характерных масштабов системы приводятся в [12–13]. Анализ корректности моделей, описывающих течение вязкой жидкости в приближении тонкого слоя, качественных свойств и устойчивости решений, проведен в [14]. Изучению конвекции Марангони с учетом испарения посвящены работы [15–17]. Эксперименты по определению динамики жидкой пленки при воздействии лазерного излучения описаны в [18–19]. В [20] получены формулы для полей основных величин и деформации пленки в предположении постоянства концентрации летучего компонента над свободной поверхностью. В данном исследовании учтено насыщение парами газовой фазы над поверхностью пленки.

Основные уравнения

Пусть тонкий слой однородного раствора расположен на плоской горизонтальной поверхности $z = 0$. Газ над свободной поверхностью пленки $z = h(x, y, t)$ содержит пары летучего компонента, находящиеся в термодинамическом равновесии с жидкостью. В некоторый момент времени подложка нагревается, что приводит к деформации пленки. Имеем следующую систему уравнений и граничных условий [1; 3].

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{v} / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} &= -\nabla p / \rho + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{g}, \\ \partial C / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla C &= D \nabla^2 C, \\ \partial T / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla T &= \chi \nabla^2 T, \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z = 0: & \quad \mathbf{v} = 0, T = T_s, \partial C / \partial z = 0; \\ z = h: & \quad -(p - p_a) + 2\mu \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} + 2k_R \gamma = 0, \\ & \quad 2\mu \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} = \nabla \gamma \cdot \boldsymbol{\tau}, \\ & \quad -k \mathbf{n} \cdot \nabla T = J L_v, \\ & \quad \rho D \mathbf{n} \cdot \nabla C = -J(1 - C). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь \mathbf{v}, p, ρ, T – скорость, давление, плотность и температура жидкости соответственно; C – массовая концентрация летучего компонента в растворе; D, k и χ – коэффициенты диффузии, теплопроводности и температуропроводности; $\mu, \nu = \mu / \rho$ – динамическая и кинематическая вязкости; γ – коэффициент поверхностного натяжения, L_v – скрытая теплота парообразования, p_a – внешнее атмосферное давление, k_R – кривизна свободной поверхности, \mathbf{D} – тензор скоростей деформаций; $\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}$ – нормальный и тангенциальный единичные векторы к свободной поверхности; \mathbf{g} – ускорение свободного падения, J – интенсивность массообмена. Кинематическое условие на свободной поверхности имеет вид

$$\partial h / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla(-z + h) = -J / \rho. \quad (2)$$

Начальные условия соответствуют однородной жидкости в состоянии покоя $t = 0$:

$$\begin{aligned} h &= h_0, \\ 0 < z < h: \mathbf{v} &= 0, T = T_0, C = C_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Температуру подложки зададим в виде осесимметричного пятна с центром в начале координат

$$T_s = T_s(r) = T_0 + \theta e^{-r^2/l^2}, r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Интенсивность массообмена зависит от параметров свободной поверхности жидкой пленки и давления паров над ней. Вследствие неоднородного нагрева, подвижности нижней границы и испарения в газовом слое помимо диффузионного происходит и конвективный перенос летучего компонента. Считая скорости и градиенты плотности паров малыми, оставляем только процесс диффузии

$$\partial \rho_v / \partial t = D_v \nabla^2 \rho_v. \#(4)$$

Начальные и краевые условия имеют вид

$$\begin{aligned} t = 0, z > 0: \rho_v &= \rho_{v0}. \\ z = 0: D_v \partial \rho_v / \partial z &= -J, \#(5) \end{aligned}$$

где ρ_v – плотность паров летучей компоненты, D_v – коэффициент диффузии в газе.

Замыкающие соотношения

Плотность ρ и вязкость μ раствора определим по первоначальному составу $C = C_0$ и температуре $T = T_0$ и далее считаем постоянными. Коэффициент поверхностного натяжения аппроксимируем согласно [18], записав его в линеаризованном виде

$$\gamma = \gamma_T(T_1 - T_0) + \gamma_C(C_1 - C_0). \#(6)$$

Аналогично представим интенсивность массообмена. Согласно [1] имеем

$$J = \alpha_{com} \sqrt{M_v / (2\pi RT_1)} [p_{vs}(T_1, C_1) - p_{vl}].$$

Давление насыщенных паров раствора спирта p_{vs} определим как

$$p_{vs}(T, C) = x(C) p_{v0}^{al} \exp[(L_v/R)(1/T_0 - 1/T)],$$

мольная доля растворенного компонента

$$x(C) = CM_w / (CM_w + (1 - C)M_v),$$

давление насыщенного пара чистого компонента p_{v0}^{al} при температуре $T = T_0$ считаем известным. Парциальное давление паров над свободной поверхностью p_{vl} подчиним уравнению состояния

$$p_{vl} = (\rho_{vl} / M_v) RT_1.$$

Таким образом, будем рассматривать J как функцию температуры T_1 , концентрации C_1 и плотности паров ρ_{vl} на границе раздела сред. Первоначально пар над свободной поверхностью считаем насыщенным

$$\rho_{v0} = p_{v0} M_v / (RT_0) = x(C_0) p_{v0}^{al} M_v / (RT_0) = x(C_0) \rho_{v0}^{al}.$$

Разложив функцию J по степеням в окрестности (T_0, C_0, ρ_{v0}) , получим в первом приближении

$$J = j_T(T_1 - T_0) + j_C(C_1 - C_0) + j_v(\rho_{vl} - \rho_{v0}); \#(7)$$

$$j_T = \alpha_{com} \sqrt{M_v / (2\pi RT_0)} x(C_0) p_{v0} L_v / (RT_0^2) (1 - RT_0 / L_v),$$

$$j_C = \alpha_{com} \sqrt{M_v / (2\pi RT_0)} (x(C_0) / C_0)^2 (M_v / M_w) p_{v0},$$

$$j_v = -\alpha_{com} \sqrt{M_v / (2\pi RT_0)} RT_0 / M_v.$$

В приведенных формулах α_{com} – коэффициент коммодации; M_v, M_w – молярные массы летучего и основного компонентов раствора; R – универсальная газовая постоянная. Представленные ниже расчеты будут соответствовать водному раствору изопропанола (ИПА) с начальным массовым содержанием $C_0 = 0.35$, параметры которого примем как в [20].

Уравнения тонкого слоя

Проведем анализ уравнений движения, вводя малый параметр в виде отношения поперечной и продольной характерных длин. Для этой цели запишем уравнения в проекциях, выделив вертикальную координату z

$$\mathbf{v} = v_{\perp} + w e_z, \nabla = \nabla_{\perp} + \frac{\partial}{\partial z} e_z; \nabla_{\perp} = \frac{\partial}{\partial x} e_x + \frac{\partial}{\partial y} e_y.$$

Пусть l – продольная, d – поперечная характерные длины, причем $l \gg d$, так что $\varepsilon = d/l$ представляет собой малый параметр системы. Характерные продольная и поперечная скорости u_0 и w_0 связаны между собой соотношением $w_0 = \varepsilon u_0$. Характерное давление определим выражением $p_0 = (\mu u_0 l) / d^2$. Характерный перепад температуры обозначим как θ , время процесса τ . В уравнениях (1)–(7) перейдем к безразмерным переменным

$$\begin{aligned} \nabla_{\perp} &= l \nabla_{\perp}, x_* = \frac{x}{l}, y_* = \frac{y}{l}, z_* = \frac{z}{d}, t_* = \frac{t}{\tau}, \\ \mathbf{v}_{\perp}^* &= \frac{\mathbf{v}_{\perp}}{u_0}, w_* = \frac{w}{w_0}, p_* = \frac{p}{p_0}, \\ T_* &= \frac{T - T_0}{\theta}, h_* = \frac{h}{d}, \rho_v^* = \frac{\rho_v}{\rho_{v0}^{al}}. \end{aligned}$$

Развитие полей температуры и скорости

Проанализируем влияние испарения летучего компонента на нагрев жидкой пленки и формирование поля скорости. Полагая $\tau = Pr(d^2/\nu) = d^2/\chi$, для главных членов разложения безразмерных уравнений по степеням малого параметра будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}_{\perp}^*}{\partial t_*} &= -\nabla_{\perp}^* p_* + \frac{\partial^2 \mathbf{v}_{\perp}^*}{\partial z_*^2}, \frac{\partial p_*}{\partial z_*} + \frac{Ga}{Re} = 0, \\ \frac{\partial C}{\partial t_*} &= Le \frac{\partial^2 C}{\partial z_*^2}, \frac{\partial T_*}{\partial t_*} = \frac{\partial^2 T_*}{\partial z_*^2}, \nabla_{\perp}^* \cdot \mathbf{v}_{\perp}^* + \frac{\partial w_*}{\partial z_*} = 0. \#(8) \end{aligned}$$

Граничные условия

$$z_* = 0: \mathbf{v}_{\perp}^* = 0, w_* = 0, T_* = T_*^*;$$

$$z_* = h_*: p_* = p_a^*,$$

$$RePr \frac{\partial \mathbf{v}_{\perp}^*}{\partial z_*} = \varepsilon Ma \left(\nabla_{\perp}^* T_* + \frac{\gamma_C}{\gamma_T \theta} \nabla_{\perp}^* C \right),$$

$$\frac{\partial T_*}{\partial z_*} = -\frac{j_T L_v d}{k} [T_* + \eta(C - C_0) + \eta_v(\rho_{vl}^* - x(C_0))],$$

$$\frac{\partial C}{\partial z_*} = -\frac{j_T \theta (1 - C_0) d}{\rho D} [T_* + \eta(C - C_0) + \eta_v(\rho_{vl}^* - x(C_0))],$$

$$\frac{\partial h_*}{\partial t_*} = 0 \left(\leftarrow \frac{u_0 \tau}{l} = \varepsilon^2 Re \ll 1 \right). \#(9)$$

Начальные условия

$$t_* = 0:$$

$$h_* = 1,$$

$$0 < z_* < h_*: \mathbf{v}_{\perp}^* = 0, w_* = 0, T_* = 0, C = C_0.$$

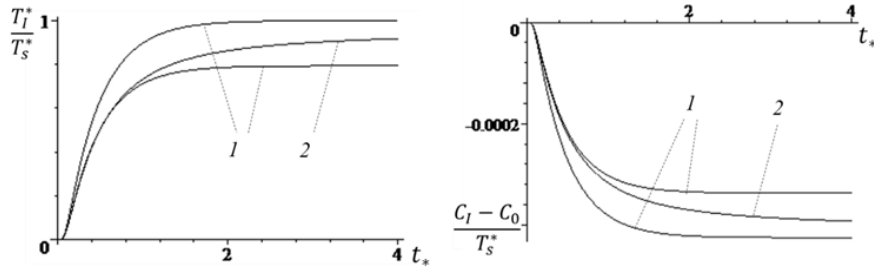


Рис. 1. Температура (слева) и концентрация (справа) на поверхности от времени; кривые 1 – аналитические решения, 2 – численный расчет.

Для газовой фазы будем иметь

$$\frac{\partial \rho_v^*}{\partial t_*} = Le \frac{D_v}{D} \frac{\partial^2 \rho_v^*}{\partial z_*^2}; \#(10)$$

$$t_* = 0, z_* > 0: \rho_v^* = x(C_0);$$

$$z_* = 0: \frac{\partial \rho_v^*}{\partial z_*} = -\frac{j_T \theta d}{D_v \rho_{v0}^{al}} [T_I^* + \eta(C_I - C_0) + \eta_v(\rho_v^* - x(C_0))].$$

Здесь использованы следующие обозначения для безразмерных комплексов: $Re = u_0 l / \nu$, $Pr = \nu / \chi$, $Ga = g d^3 / \nu^2$, $Le = D / \chi$, $Ma = \gamma_T \theta l / (\mu \chi)$ и величин: $T_s^* = (T_s - T_0) / \theta$, $p_a^* = p_a / p_0$, $T_I^* = (T_I - T_0) / \theta$, $\rho_{vI}^* = \rho_{vI} / \rho_{v0}^{al}$, $\eta = j_C / (j_T \theta)$, $\eta_v = j_v \rho_{v0}^{al} / (j_T \theta)$.

Для анализа скорости прогрева пленки рассмотрены две вспомогательные задачи с уравнениями (8)–(10). В первой интенсивность массообмена уменьшена до нуля, а во второй – увеличена путем соответствующего изменения граничных условий (9). В итоге найдены оценки для температуры поверхности

$$\frac{c_1}{c_1 + 1} T_I^*(J = 0) < T_I^* < T_I^*(J = 0); \#(11)$$

для концентрации

$$-\frac{c_2}{c_1} T_I^*(J = 0) < C_I - C_0 < -\frac{c_2}{c_1 + 1} T_I^*(J = 0). \#(12)$$

Здесь $T_I^*(J = 0)$ соответствует прогреву жидкой пленки без учета затрат тепла на испарение [20]

$$T_I^*(J = 0) = \left(1 - 2 \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\eta_n} e^{-\eta_n^2 t_*} \right) T_s^*,$$

$$\eta_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \pi;$$

константы c_1, c_2 определены равенствами

$$c_1 = \left(\frac{j_C}{j_T} - \frac{j_v}{j_T} \sqrt{\frac{D}{D_v} \frac{\rho}{1 - C_0}} \right) c_2, c_2 = \frac{\sqrt{Le} \theta (1 - C_0) k}{\rho D L_v}.$$

На рис. 1 приведено сопоставление прямого численного интегрирования системы (8)–(10) с оценками (11), (12). Толщина пленки принималась равной $d = 10^{-4}$ м, повышение температуры $\theta = 5$ К, массовое содержание $C_0 = 0.35$. На начальном этапе развитие идет именно по заниженной кривой. Некоторая задержка соответствует прогреву жидкого слоя.

Далее устанавливаем динамику развития поля скорости с поправкой на остывание поверхности пленки, обусловленного испарением летучего компонента

$$v_1^* = -\frac{4c_1 \nabla_1 T_s^*}{c_1 + 1} \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{\substack{k=0 \\ (k \neq n)}}^{+\infty} (-1)^{n+k} \frac{\eta_k (e^{-\eta_k^2 t_*} - e^{-\eta_n^2 t_*})}{\eta_n^2 (\eta_k^2 - \eta_n^2)} \sin(\eta_n z_*) +$$

$$+ \frac{c_1 \nabla_1 T_s^*}{c_1 + 1} \left\{ 4 \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{t_*}{\eta_n} e^{-\eta_n^2 t_*} \sin(\eta_n z_*) + \left(2 \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\eta_n} e^{-\eta_n^2 t_*} - 1 \right) z_* \right\}.$$

Вертикальная составляющая может быть найдена из уравнения непрерывности.

Деформация пленки раствора

Рассмотрим динамику жидкой пленки. Полагая $\tau = l / u_0$ для главных членов разложения уравнений, приведенных к безразмерной форме, имеем

$$-\nabla_1 p_* + \frac{\partial^2 v_1^*}{\partial z_*^2} = 0, \frac{\partial p_*}{\partial z_*} + \frac{Ga}{Re} = 0, \frac{\partial^2 T}{\partial z_*^2} = 0, \nabla_1 \cdot v_1^* + \frac{\partial w_*}{\partial z_*} = 0,$$

$$\frac{Re Pr}{Le} \varepsilon^2 \left(\frac{\partial C}{\partial t_*} + v_1^* \cdot \nabla_1 C + w_* \frac{\partial C}{\partial z_*} \right) = \frac{\partial^2 C}{\partial z_*^2}; \#(13)$$

$$z_* = 0: v_1^* = 0, w_* = 0, T_* = T_s^*, \frac{\partial C}{\partial z_*} = 0;$$

$$z_* = h_*: p_* = p_a^*, Re Pr \frac{\partial v_1^*}{\partial z_*} =$$

$$= \varepsilon Ma \left(\nabla_1 T_* + \frac{\gamma_C}{\gamma_T \theta} \nabla_1 C \right), \#(14)$$

$$\frac{\partial T_*}{\partial z_*} = -\frac{\rho w_0 L_v d}{k \theta} J_*, \frac{\partial C}{\partial z_*} = -\frac{w_0 (1 - C) d}{D} J_*,$$

$$\frac{\partial h_*}{\partial t_*} + v_1^* \cdot \nabla_1 h_* - w_* = -J_*.$$

Интенсивность массообмена

$$J_* = \frac{J}{\rho w_0} = \frac{j_T \theta}{\rho \varepsilon u_0} [T_I^* + \eta(C_I - C_0) + \eta_v(\rho_{vI}^* - x(C_0))].$$

Ввиду малости числа Le , уравнение для переноса концентрации целесообразно использовать в полном виде, пренебрегая лишь диффузией вдоль продольной координаты. Определив из (13)–(14) поле скорости, приходим к уравнению эволюции тонкого слоя. При этом концентрацию необходимо рассматривать для пленки переменной толщины. С помощью замены

$$z_*' = z_* / h_*(x_*, y_*, t_*)$$

область изменения вертикальной координаты $0 \leq z_* \leq h_*$ отображается на отрезок $[0; 1]$. В итоге имеем следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_*}{\partial t_*} + \nabla_{\perp}^* \cdot (h_* \mathbf{u}_*) &= -J_*, \\ \frac{\partial C}{\partial t_*} + \mathbf{v}_1^* \cdot \nabla_{\perp}^* C - \left[\frac{z'_*}{h_*} \left(\frac{\partial h_*}{\partial t_*} + \mathbf{v}_1^* \cdot \nabla_{\perp}^* h_* \right) - \frac{w_*}{h_*} \right] \frac{\partial C}{\partial z'_*} &= \frac{D_*}{h_*^2} \frac{\partial^2 C}{\partial z'^2_*}, \\ \mathbf{v}_1^* &= -\frac{(z'_* h_*)^2}{2} u_g^* \nabla_{\perp}^* h_* - z'_* h_* (u_T^* \nabla_{\perp}^* T_I^* + \eta u_D^* \nabla_{\perp}^* C_I + u_g^* h_* \nabla_{\perp}^* h_*), \\ w_* &= -\frac{(z'_* h_*)^3}{6} u_g^* \nabla_{\perp}^2 h_* + \frac{(z'_* h_*)^2}{2} (u_T^* \nabla_{\perp}^2 T_I^* + \eta u_D^* \nabla_{\perp}^2 C_I + u_g^* \nabla_{\perp}^* \cdot (h_* \nabla_{\perp}^* h_*)), \\ \mathbf{u}_* &= -\frac{u_g^*}{3} h_*^2 \nabla_{\perp}^* h_* - \frac{u_T^*}{2} h_* \nabla_{\perp}^* T_I^* - \frac{\eta u_D^*}{2} h_* \nabla_{\perp}^* C_I. \quad \#(15) \end{aligned}$$

$t_* = 0: h_* = 1, C = C_0.$
 $z'_* = 0: \frac{\partial C}{\partial z'_*} = 0; z'_* = 1: \frac{1}{h_*} \frac{\partial C}{\partial z'_*} = -\frac{J_*(1-C)}{D_*}.$

Здесь характерные скорости

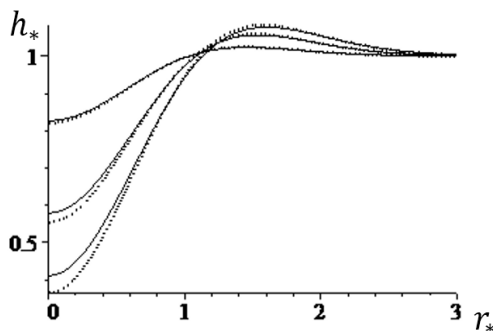
$$\begin{aligned} u_g^* &= \frac{u_g}{u_0} = \frac{Ga}{Re}, u_g = \frac{\rho g d^3}{\mu l}; \\ u_T^* &= \frac{u_T}{u_0} = -\frac{\varepsilon Ma}{Re Pr}, u_T = \frac{|\gamma_T| \theta d}{\mu l}; \\ u_D^* &= \frac{u_D}{u_0} = -\frac{1}{\eta} \frac{\varepsilon Ma}{Re Pr} \frac{\gamma_C}{\gamma_T \theta}, u_D = |\gamma_C| \frac{j_T \theta d}{j_C \mu l}; \end{aligned}$$

соответствуют гравитационному, термокапиллярному и концентрационно-капиллярному течением. Для газовой прослойки, выбирая общий пространственный масштаб, будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_v^*}{\partial t_*} &= D_v^* \left(\nabla_{\perp}^2 \rho_v^* + \frac{\partial^2 \rho_v^*}{\partial z'^2_*} \right), \\ t_* = 0, z_* > 0: \rho_v^* &= x(C_0); \\ z_* = 0: D_v^* \frac{\partial \rho_v^*}{\partial z_*} &= -\frac{\rho}{\rho_{v0}^{al}} J_*, D_v^* = \frac{D_v \tau}{l^2}. \end{aligned}$$

Интенсивность массообмена и температура поверхности пленки

$$\begin{aligned} J_* &= \frac{\lambda}{1 + \zeta h_*} [T_s^* + \eta(C_I - C_0) + \eta_v(\rho_{vl}^* - x(C_0))], \\ T_I^* &= T_s^* - \frac{\zeta h_*}{1 + \zeta h_*} [T_s^* + \eta(C_I - C_0) + \eta_v(\rho_{vl}^* - x(C_0))]. \end{aligned}$$



Пусть размер зоны нагрева $l = 10^{-3}$ м, повышение температуры $\theta = 1$ К. На рис. 2 слева представлена деформация пленки с начальной толщиной $d = 10^{-4}$ м. Изображены зависимости толщины слоя жидкости $h_* = h/d$ от радиальной координаты r_* . Кривые 1, 2, 3 соответствуют моментам времени $t_* = 0.1, 0.3, 0.5$. Характерная скорость $u_0 = u_T$. Сплошная линия иллюстрирует численное решение линеаризованной задачи (15), пунктирная – аналитическому решению [5]

$$h_*(r_*, t_*) = 1 - \frac{3u_T^*}{2u_g^*} \left(\exp\{-r_*^2\} - \frac{3}{3 + 4u_g^* t_*} \exp\left\{-\frac{3r_*^2}{3 + 4u_g^* t_*}\right\} \right).$$

Жидкая пленка проявляет характерный термический эффект. Некоторое отставание в динамике прогиба при численном решении от аналитического связано с учетом продольного потока летучего вещества, поддерживающего интенсивность массообмена на некотором уровне, и как следствие, снижением температуры поверхности пленки. Также этому способствует незначительный концентрационный эффект, который имеет противоположную направленность.

На рис. 2 справа представлена деформация пленки с начальной толщиной $d = 10^{-7}$ м. Кривые 1, 2, 3 приведены для моментов времени $t_* = 0.1, 0.2, 0.3$. Характерная скорость $u_0 = u_D$. Сплошная линия соответствует численному решению линеаризованной задачи (15), пунктирная – аналитическому решению

$$h_*(r_*, t_*) = 1 - \frac{3(u_T^* - u_D^*)}{2u_g^*} \left(\exp\{-r_*^2\} - \frac{3}{3 + 4u_g^* t_*} \exp\left\{-\frac{3r_*^2}{3 + 4u_g^* t_*}\right\} \right).$$

Жидкая пленка проявляет характерный концентрационный эффект. Здесь незначительный термический прогиб вниз, всегда имеющий место на начальном этапе прогрева, дает последующее отставание в динамике.

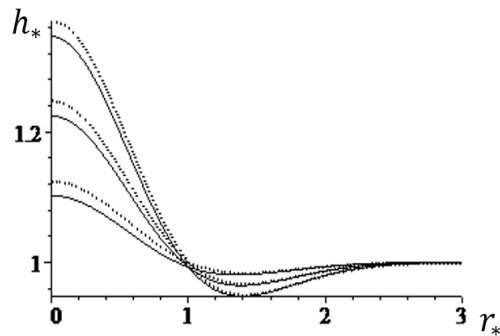


Рис.2 Профили жидкой пленки с начальной толщиной $d = 10^{-4}$ м (слева) и $d = 10^{-7}$ м (справа) в последовательные моменты времени.

Выводы

Таким образом, обозначена значимость учета движения летучего компонента над свободной поверхностью. Найдены ограничивающие функции, определяющие динамику прогрева и изменения концентрации раствора. Показано удовлетворительное сочетание приближенных аналитических решений и численных расчетов деформации пленки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Simanovskii I. B., Nepomnyashchy A. A. Convective Instabilities in Systems with Interface. Gordon and Breach, London, 1993.
2. Colinet P., Legros J. C., Velarde M. G. Nonlinear Dynamics of Surface-Tension Driven Instabilities, Wiley-VCH, Berlin, 2001.
3. Oron A. Nonlinear dynamics of irradiated thin volatile liquid films // Phys. Fluids. 2000. Vol. 12. P. 29–41.
4. Matar O. K., Craster R. V., Warner M. R. E. Surfactant transport on highly viscous surface films // J. Fluid Mech. 2002. Vol. 466. P. 85–111.
5. Холпанов Л. П., Шкадов В. Я. Гидродинамика и теплообмен с поверхностью раздела. М.: Наука. 1990. 271 с.
6. Merkt D., Bestehorn M. Benard-Marangoni convection in a strongly evaporating fluid // Physica D. 2003. Vol. 185. P. 196–208.
7. Delhay J. M. Jump conditions and entropy sources in two-phase systems. Local instant Formulation // Int. J. Multiphase Flow. 1974. V. 1. P. 395–409.
8. Miladinova S., Lebon G. Effects of nonuniform heating and thermocapillarity in evaporating films falling down an inclined plate // Acta Mech. 2005. V. 174. №1. P. 33–49.
9. Gatapova E. Ya., Kabov O. A. Shear-driven flows of locally heated liquid films // Int. J. Heat Mass Transfer. 2008. V. 51(19–20). P. 4797–4810.
10. Kabova Yu., Kuznetsov V. V., Kabov O. et al. Evaporation of a thin viscous liquid film sheared by gas in a microchannel // Int. J. Heat Mass Transfer. 2014. V. 68. P. 527–541.
11. Ajaev V. S., Brutin D., Tadriss L. Evaporation of ultra-thin liquid films into air // Microgr. Sci. Technol. 2010. V. 22. №3. P. 441–446.
12. Копбосынов Б. К., Пухначев В. В. Термокапиллярное движение в тонком слое жидкости // Гидромеханика и процессы переноса в невесомости. Сб. науч. тр. Свердловск: АН СССР, Уральск. научн. центр, 1983. С. 116–125.
13. Кабова Ю. О., Кузнецов В. В. Стеkanie неизотермического тонкого слоя жидкости с непостоянной вязкостью // ПМТФ. 2002. Т. 43. №6. С. 134–141.
14. Frank M. A., Kabov O. A. Thermocapillary structure formation in a falling film: Experiment and calculations // Phys of Fluids. 2006. №18.
15. Бекежанова В. Б., Гончарова О. Н., Резанова Е. В., Шефер И. А. Устойчивость двухслойных течений жидкости с испарением на границе раздела // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2017. №2. С. 23–35.
16. Souche M., Clarke N. Interfacial instability in bilayer films due to solvent evaporation // Eur. Phys. J. E. 2009. Vol. 28. P. 47–55.
17. Андреев В. К., Кузнецов В. В. Движение жидкой пленки и газового потока в микроканале с испарением // Теплофиз. аэромех. 2013. Т. 20. №1. С. 17–28.
18. Tatosova K. A., Malyuk A. Yu., Ivanova N. A. Droplet formation caused by laser-induced surface-tension-driven flows in binary liquid mixtures // Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects. 2017. Vol. 521. P. 22–29.
19. Иванова Н. А., Малюк А. Ю. Моделирование термокапиллярной конвекции в сидячей капле жидкости, индуцированной лазерным пучком // Вестник Тюменского гос. ун-та. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2019. Т. 5. №2. С. 160–174.
20. Иванова Н. А., Бородин К. А. Термокапиллярное движение тонкой пленки бинарного спиртосодержащего раствора // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2020. Т. 20, вып. 1. С. 64–78.

Поступила в редакцию 17.03.2020 г.

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2020.3.3

**DYNAMICS OF THERMOCAPILLARY FLOW OF A BINARY
HOMOGENEOUS SOLUTION FILM, TAKING INTO ACCOUNT
THE DIFFUSION OF A VOLATILE COMPONENT VAPOR**

© **K. A. Borodina**

*University of Tyumen
10 Semakov Street, 625003 Tyumen, Russia.*

Phone: +7 (982) 917 88 97.

Email: k.a.borodina@mail.ru

A change in the temperature of a free surface, together with the volatile component removal, leads to two opposite effects in the direction of the surface tension gradient. In this paper, the author studies the behavior of a thin film of a binary homogeneous solution during the heating process. The necessity of taking into account the movement of the volatile component above the solution surface is substantiated. The limiting functions that determine the dynamics of heating and changes in the concentration of the solution are found. The heating rate of the film surface depends almost linearly on the initial mass content of the mixture. The coefficient is functionally dependent on the square of the heat of vaporization. For a sufficiently thin film, there is a transition from a thermocapillary to a concentration-capillary flow with a change in the velocity profile before the visible deformation occurs, which is associated with the ongoing redistribution of the volatile component in phases: the ratio of the characteristic vapor diffusion times and the film evolution is small. In the opposite limiting case, the change in the concentration on the film surface is significantly limited due to fast saturation: the ratio of the characteristic times of heating of the film and vapor diffusion is small. A scheme is proposed for calculating the concentration field of the dissolved component in a film of variable thickness. In the linear approximation, equations for the fields of main quantities and the film deformation are obtained.

Keywords: thermocapillary flow, Marangoni convection, liquid film.

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at bulletin_bsu@mail.ru if you need translation of the article.

REFERENCES

1. Simanovskii I. B., Nepomnyashchy A. A. Convective Instabilities in Systems with Interface. Gordon and Breach, London. 1993.
2. Colinet P., Legros J. C., Velarde M. G. Nonlinear Dynamics of Surface-Tension Driven Instabilities, Wiley-VCH, Berlin. 2001.
3. Oron A. Phys. Fluids. 2000. Vol. 12. Pp. 29–41.
4. Matar O. K., Craster R. V., Warner M. R. E. J. Fluid Mech. 2002. Vol. 466. Pp. 85–111.
5. Kholpanov L. P., Shkadov V. Ya. Gidrodinamika i teploobmen s poverkhnost'yu razdela [Hydrodynamics and heat transfer on the interface]. Moscow: Nauka. 1990.
6. Merkt D., Bestehorn M. Physica D. 2003. Vol. 185. Pp. 196–208.
7. Delhaye J. M. Int. J. Multiphase Flow. 1974. Vol. 1. Pp. 395–409.
8. Miladinova S., Lebon G. Acta Mech. 2005. Vol. 174. No. 1. Pp. 33–49.
9. Gatapova E. Ya., Kabov O. A. Int. J. Heat Mass Transfer. 2008. Vol. 51(19–20). Pp. 4797–4810.
10. Kabova Yu., Kuznetsov V. V., Kabov O. et al. Evaporation of a thin viscous liquid film sheared by gas in a microchannel. Int. J. Heat Mass Transfer. 2014. Vol. 68. Pp. 527–541.
11. Ajaev V. S., Brutin D., Tadriss L. Microgr. Sci. Technol. 2010. Vol. 22. No. 3. Pp. 441–446.
12. Kopbosynov B. K., Pukhnachev V. V. Gidromekhanika i protsessy perenosa v nevesomosti. Sb. nauch. tr. Sverdlovsk: AN SSSR, Ural'sk. nauchn. tsentr, 1983. Pp. 116–125.
13. Kabova Yu. O., Kuznetsov V. V. PMTF. 2002. Vol. 43. No. 6. Pp. 134–141.
14. Frank M. A., Kabov O. A. Phys of Fluids. 2006. No. 18.
15. Bekezhanova V. B., Goncharova O. N., Rezanova E. V., Shefer I. A. Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza. 2017. No. 2. Pp. 23–35.
16. Souche M., Clarke N. Eur. Phys. J. E. 2009. Vol. 28. Pp. 47–55.
17. Andreev V. K., Kuznetsov V. V. Teplofiz. aeromekh. 2013. Vol. 20. No. 1. Pp. 17–28.
18. Tatosova K. A., Malyuk A. Yu., Ivanova N. A. Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects. 2017. Vol. 521. Pp. 22–29.
19. Ivanova N. A., Malyuk A. Yu. Vestnik Tyumenskogo gos. un-ta. Fiziko-matematicheskoe modelirovanie. Neft', gaz, energetika. 2019. Vol. 5. No. 2. Pp. 160–174.
20. Ivanova N. A., Borodina K. A. Izv. Sarat. un-ta. Nov. ser. Ser. Matematika. Mekhanika. Informatika. 2020. Vol. 20, vyp. 1. Pp. 64–78.

Received 17.03.2020.