

**ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ ВОДНОЙ ПЕНЫ
НА ДИНАМИКУ СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН**© Э. Ф. Гайнуллина^{1,2}¹*Башкирский государственный университет
Россия, Республика Башкортостан, 450076 г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.*²*Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН
Россия, Республика Башкортостан, 450054 г. Уфа, пр. Октября, 71.*

Тел.: +7 (347) 235 52 55.

Email: elina.gef@yandex.ru

Выполнено теоретическое исследование особенностей динамики слабой ударной волны в горизонтальной ударной трубе, заполненной воздухом и содержащей слой водной пены. Моделирование изучаемого процесса проведено с использованием предложенной двухфазной модели водной пены, которая учитывает эффективную вязкость и упругие свойства пенной структуры при ударном воздействии небольшой интенсивности, не допускающем ее разрушения. Численная реализация модели выполнена в разработанном автором решателе открытого программного комплекса OpenFOAM. Исследована структура ударной волны при ее распространении в слое водной пены. Выполнен анализ влияния вязкоупругих свойств водной пены на динамику ударного импульса. Оценена достоверность предложенной модели и метода численного моделирования путем сравнительного анализа найденных решений и литературных экспериментальных данных.

Ключевые слова: *слабая ударная волна, водная пена, вязкоупругие свойства, численное моделирование, программный комплекс OpenFOAM.*

Введение

Исследование демпфирующих способностей водных пен снижать интенсивность внешних воздействий имеет важный научно-практический интерес, поскольку пенные преграды являются одним из перспективных методов защиты высокоэнергетических технологических процессов на промышленных производствах.

В квазистатическом состоянии поведение водной пены позволяет рассматривать ее как упруго-вязко-пластичную систему [1]: при малых деформациях проявляются упругие свойства структурных связей пены, позволяющие пенной среде при снятии нагрузки возвращаться в первоначальное состояние. Дальнейшее увеличение деформации сначала приводит к разрушению и перегруппировке исходных связей с формированием пенной структуры, подобной начальному состоянию, затем – к разрушению пены на исходные фазы с формированием газожидкостной смеси.

Особенности динамики ударных волн (УВ) в водных пенах рассмотрены в работах [2–19].

Экспериментальные работы [2–8] по исследованию демпфирующих свойств водных пен в условиях взрывного воздействия демонстрируют значительное снижение интенсивности УВ в процессе ее распространения в пене.

Численное исследование сферического взрыва в водной пене для условий экспериментов [8] выполнено в [9–10] с использованием решателей, разработанных авторами в программном комплексе OpenFOAM [20]. При моделировании поведения

пены использовалось допущение о ее разрушении на микрокапли при воздействии интенсивных УВ [11], и при описании водной пены справедлива модель газожидкостной смеси. Установлено, что при прохождении сквозь пену ударного импульса происходит его значительное ослабление с уменьшением скорости распространения. Полученные численные результаты согласуются с экспериментальными данными [8; 12–13].

В работах [14–16] с использованием компьютерного моделирования проведено исследование двумерных эффектов, возникающих при взаимодействии сильных УВ с пенным слоем. Исследованы причины, влияющие на ослабление интенсивности ударного импульса применением пенных преград. Изучена динамика волновых явлений, приводящая к формированию тороидальных вихрей в газовой области перед пенным слоем.

В [17] выполнено численное исследование распространения УВ в слое водной пены при воздействии воздушной УВ небольшой интенсивности для условий экспериментов [18]. Разработанная математическая модель описывает поведение водной пены как неньютоновской жидкости с учетом эффективной вязкости Гершеля-Балкли, межфазных теплообменных процессов по модели Ранца-Маршалла и реалистических уравнений состояния. Подтверждена достоверность предлагаемой модели водной пены и используемого метода ее численной реализации в виде удовлетворительно согласованных численных расчетов и экспериментальных данных.

Для целей настоящего исследования представляет интерес возможность применения подходов, используемых при описании упруго-вязко-пластических свойств пенной среды в квазистатическом состоянии [1], для моделирования и изучения особенностей динамической реакции водной пены на слабое ударное воздействие для условий экспериментов [19].

Уравнения модели

В экспериментальных наблюдениях [19] в пенном слое установлена двухволновая конфигурация УВ в виде упругого предвестника, опережающего основную УВ. Для исследования рассматриваемого процесса предлагается двухфазная модель водной пены, включающая законы сохранения массы и энергии каждой фазы, уравнение импульса и уравнение динамики объемного содержания водной фазы в соответствии с однодавленческим, односкоростным, одготемпературным приближениями, основанная на подходах [20–22].

Уравнение неразрывности *i*-й фазы:

$$\frac{\partial(\alpha_i \rho_i)}{\partial t} + \text{div}(\alpha_i \rho_i \vec{v}) = 0. \tag{1}$$

Уравнение сохранения энергии *i*-й фазы:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\alpha_i \rho_i (u_i + K_i))}{\partial t} + \text{div}(\alpha_i \rho_i (u_i + K_i) \vec{v}) = \\ & = -p \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} - \text{div}(\alpha_i \vec{v} p) + \text{div}(\alpha_i \vec{v} \cdot \boldsymbol{\tau}) + \\ & + \text{div}(\alpha_i \vec{v} \cdot \boldsymbol{s}) + \text{div} \left(\alpha_i \gamma_i \frac{c_{p,i}}{c_{v,i}} \nabla h_i \right). \end{aligned} \tag{2}$$

Уравнение импульса смеси:

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \text{div} \boldsymbol{\tau} + \text{div} \boldsymbol{s}. \tag{3}$$

Уравнение динамики объемного водосодержания:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \text{div}(\alpha_1 \vec{v}) - \alpha_1 \text{div} \vec{v} = \\ & = \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{1}{\rho_2} \frac{d\rho_2}{dt} - \frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dt} \right). \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь *t* – время; \vec{v} – вектор массовой скорости; *p* – давление; α_i , ρ_i – объемное содержание и плотность; u_i , K_i – внутренняя и кинетическая энергии; $c_{p,i}$, $c_{v,i}$ – удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме; γ_i – температуропроводность; h_i – энтальпия. Нижний индекс *i* обозначает *i*-ю фазу (*i* = 1 – вода, *i* = 2 – воздух); $\rho = \rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2$ – плотность водной пены; $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$; $\boldsymbol{\tau}$ – тензор вязких напряжений; \boldsymbol{s} – девиатор тензора упругих напряжений.

Входящие в состав водной пены компоненты воздуха и воды описаны реалистическими уравнениями состояния в форме Пенга-Робинсона [22] и Ми-Грюнайтзена [24] соответственно.

Тензор вязких напряжений $\boldsymbol{\tau}$ зависит от вектора массовой скорости \vec{v} :

$$\boldsymbol{\tau} = \mu_{\text{eff}} (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} (\mu_{\text{eff}} \text{div} \vec{v}) \boldsymbol{I},$$

где \boldsymbol{I} – единичный тензор.

В предлагаемой модели при описании упругих свойств водной пены предполагается, что если касательные напряжения не превышают предела упругости s_0 , поведение водной пены описывается законом упругости Гука [21]:

$$\boldsymbol{s} = \mu_s (\nabla \vec{e} + \nabla \vec{e}^T) - \frac{2}{3} (\mu_s \text{div} \vec{e}) \boldsymbol{I},$$

где \boldsymbol{s} – девиатор тензора упругих напряжений; \vec{e} – вектор деформаций; μ_s – модуль сдвига.

Если приложенная деформация достаточно велика, происходит превышение предела сдвиговых напряжений, и пена переходит из упругого состояния в вязкопластическое. Критерием данного перехода является выполнение условия текучести Мизеса [21]:

$$|I_2(\boldsymbol{s})| - \frac{1}{3} s_0^2 > 0,$$

которое требует корректировки компонент девиатора упругих напряжений \boldsymbol{s} по формуле [21]:

$$\tilde{s}_{kl} = s_{kl} \frac{s_0}{\sqrt{3|I_2(\boldsymbol{s})|}}$$

Здесь $I_2(\boldsymbol{s})$ – второй инвариант тензора девиатора напряжений \boldsymbol{s} ; s_{kl} , \tilde{s}_{kl} – исходные и нормированные компоненты \boldsymbol{s} соответственно.

Вязкопластические свойства водной пены, как неньютоновской жидкости, описываются в соответствии с моделью Гершеля-Балкли, которая в терминах эффективной вязкости μ_{eff} принимает вид [25]:

$$\mu_{\text{eff}} = k |\dot{\gamma}|^{n-1} + \tau_0 |\dot{\gamma}|^{-1},$$

где τ_0 – предел текучести вязкопластического состояния; $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига; k – коэффициент консистенции; n – показатель отклонения от ньютоновских свойств [25].

Постановка задачи

Для исследования возможностей предложенной модели в настоящей работе численно моделировался процесс распространения воздушных УВ в ударной трубе, содержащей слой водной пены, в соответствии с экспериментом из [19], схема которого представлена на рис. 1.

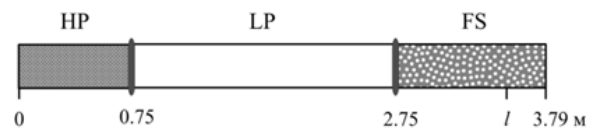


Рис. 1. Схема эксперимента [19]: HP, LP – камеры высокого и низкого давлений; FS – участок трубы с водной пеной; *l* = 3.52 м – положение датчика давления.

В [19] ударная труба длиной 3.79 м состояла из камер высокого (HP, 0.75 м) и низкого (LP, 2.0 м) давлений, заполненных воздухом, и сегмента с водной пеной (FS, 1.04 м). Датчик, фиксирующий осциллограммы давлений в процессе движения УВ, располагался в пене на расстоянии 3.52 м от левой

границы установки. Для целей настоящего исследования были выбраны 2 эксперимента [19] с начальным объемным водосодержанием пены: $\alpha_{10}^1 = 0.0125$ и $\alpha_{10}^2 = 0.0333$. Интенсивность сформированной в газе УВ, как и в [19], соответствовала числу Маха $M = 1.3$.

Результаты моделирования

Модель водной пены, определяемая уравнениями (1)–(4), была численно реализована в открытом пакете вычислительной гидродинамики OpenFOAM посредством создания нового решателя, моделирующего распространение УВ в водных пенах с учетом их упруго-вязко-пластических свойств.

Результаты численного моделирования и соответствующие им экспериментальные данные [19] представлены на рис. 2 в виде осциллограмм давления $p(t)$ в местоположении датчика $l = 3.52$ м (рис. 1). Экспериментальные данные [19] с начальным объемным водосодержанием пены $\alpha_{10}^1 = 0.0125$ и $\alpha_{10}^2 = 0.0333$ обозначены на рис. 2 цветными линиями 1 и 2. На том же рисунке в виде серых и черных линий представлены численные решения, соответствующие расчетам, полученным с учетом (сплошные 3, 4) и без учета (штриховые 5, 6) упругих свойств водной пены.

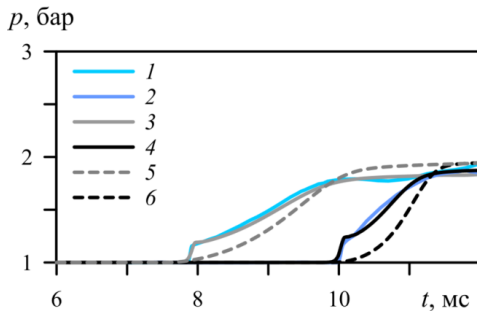


Рис. 2. Зависимости $p(t)$ в положении l датчика, расположенного в пенном слое. Эксперименты [19]: 1, 2. Расчеты: 3, 4 – с учетом и 5, 6 – без учета упругих свойств водной пены для $\alpha_{10}^1 = 0.0125$ (3, 5) и $\alpha_{10}^2 = 0.0333$ (4, 6).

Расчетные профили давления 3 и 4 фиксируют двухволновую структуру ударного импульса, состоящую из основной УВ амплитудой $p \approx 1.8$ бар и опережающего ее упругого предвестника амплитудой $p_e \approx 0.2$ бар, что удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными [19]. По мере распространения УВ в пенный слой ее фронт становится более пологим, что обусловлено влиянием вязко-пластических свойств пены. При этом скорость фронта ударного импульса в менее плотном пенном слое ($\alpha_{10}^1 = 0.0125$) составляет $D_f^1 \approx 230$ м/с, что в ≈ 1.6 раз выше скорости УВ $D_f^2 \approx 140$ м/с в пене с большим начальным объемным водосодержанием $\alpha_{10}^2 = 0.0333$. Приведенные результаты численного моделирования, соответствующие рас-

четам 5 и 6 на рис. 2, демонстрируют необходимость учета в предложенной модели упругих свойств водной пены при слабом ударном воздействии, не разрушающем ее структуры.

С целью более детального анализа волновой картины течения на нижнем фрагменте рис. 3 представлены расчеты динамики УВ в газе, содержащем слой водной пены, в виде профилей давления $p(x)$. Эволюция объемного водосодержания пены с $\alpha_{10}^2 = 0.0333$ в процессе ее взаимодействия с УВ показана на верхнем фрагменте того же рисунка.

Процесс формирования УВ происходит после разрыва диафрагмы, расположенной между камерами высокого ($p_{HP} = 2.4$ бар) и низкого давлений ($p_{LP} = 1.0$ бар). Перепад давления до разрыва диафрагмы показан на рис. 3 при $t = 0$. Далее формируются падающая УВ и отраженная волна разгрузки амплитудой $p \approx 1.5$ бар ($t = 1$ мс). Скорость УВ в газовой области $D_{gas} \approx 430$ м/с соответствует числу Маха $M = 1.3$, что согласуется с экспериментом [19]. При отражении от левой границы трубы волна разгрузки трансформируется в волну разрежения, следующую за основной УВ ($t = 3$ мс).

После прихода УВ на границу газа и водной пены ($t = 4.8$ мс) происходит ее локальное уплотнение до $\alpha_1^2 = 0.045$, сопровождаемое усилением амплитуды давления до $p \approx 1.8$ бар в зоне взаимодействия и формированием прямой и отраженной УВ от контактной границы газ-пена (см. моменты времени $t = 5$ – 9 мс на рис. 3). Взаимодействие волны разрежения и УВ, отраженной от водной пены ($t = 7$ мс), приводит к образованию в газе УВ амплитудой $p \approx 0.3$ бар, движущейся к левой границе ударной трубы ($t = 9$ мс).

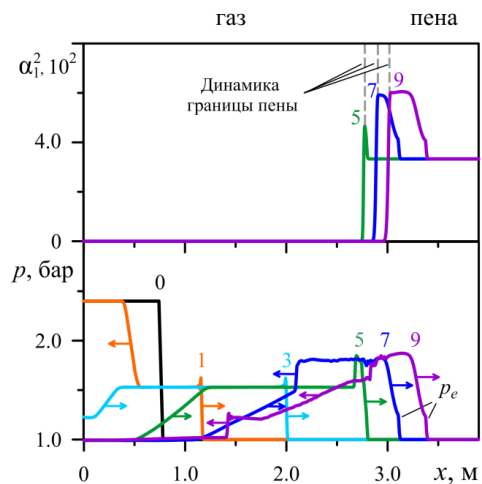


Рис. 3. Расчетные зависимости профилей $\alpha_1^2(x)$ и $p(x)$ в указанные моменты времени (мс) для $\alpha_{10}^2 = 0.0333$. p_e – упругий предвестник.

В процессе распространения основной УВ происходит смещение границы пенного слоя (см. $t = 5$ – 9 мс), что сопровождается двукратным сжатием пены до $\alpha_1^2 \approx 0.06$. Максимальное водосодержание пе-

ны в упругом предвестнике составляет $\alpha_1^2 \approx 0.046$ и соответствует уплотнению пены в ≈ 1.4 раза по сравнению с ее начальным состоянием.

Заключение

Предложена двухфазная модель водной пены, описывающая ее поведение при воздействии слабых УВ, не допускающих разрушения пенной структуры. Модель учитывает эффективную вязкость Гершеля-Балкли и упругие свойства водной пены при небольших деформациях, описываемые законом Гука. Численная реализация модели проведена в новом решателе, созданном автором на базе открытого пакета OpenFOAM. Исследован процесс распространения воздушной УВ в ударной трубе, содержащей слой водной пены, в соответствии с условиями экспериментов [19]. Предложенная модель, учитывающая упругие свойства водной пены, позволила получить двухволновую структуру УВ в виде основной волны и опережающего ее упругого предвестника. Сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей давления от времени в слое водной пены показало их согласование по скорости и амплитуде УВ. В расчетах наблюдалось смещение границы пенного слоя, сопровождаемое его уплотнением. Установлена важность и необходимость учета упругих свойств водной пены при ударном воздействии, не разрушающем ее структуры.

Автор работы выражает искреннюю благодарность научному руководителю д.ф.-м.н. Раисе Хакимовне Болотновой за ценные советы и помощь в постановке и решении задачи.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 20-31-90013.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ветошкин А. Г. Физические основы и техника процессов сепарации пены. М.: Инфра-Инженерия, 2016. С. 404.
2. Borisov A. A., Gelfand B. E., Kudinov V. M. et. al. Shock waves in water foams // Acta Astronautica. 1978. Vol. 5. No. 11. Pp. 1027–1033.
3. Britan A., Liverts M., Ben-Dor G. Shock wave propagation through wet particulate foam // Colloids Surf. A. 2011. Vol. 382. Pp. 145–153.
4. Liverts M., Ram O., Sadot O. et al. Mitigation of exploding-wire-generated blast-waves by aqueous foam // Phys. Fluids. 2015. Vol. 27. No. 7. ID 076103.
5. Sembian S., Liverts M., Apazidis N. Attenuation of strong external blast by foam barriers // Phys. Fluids. 2016. Vol. 28. No. 9. ID 096105.
6. Medvedev S. P., Khomik S. V., Mikhalkin V. N. et. al. Mitigation of explosions of hydrogen-air mixtures using bulk materials and aqueous foam // J. Phys.: Conf. Series. 2018. Vol. 946. ID 012061.
7. Khurshid A., Malik A. Q. Experimental studies on blast mitigation capabilities of conventional dry aqueous foam // AIP Advances. 2020. Vol. 10. ID 065130.
8. Del Prete E., Chinnayya A., Domergue L. et al. Blast wave mitigation by dry aqueous foams // Shock Waves. 2013. Vol. 23. No. 1. Pp. 39–53.
9. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. Influence of Heat Transfer on Decreasing Intensity of a Spherical Explosion in Aqueous Foam // Fluid Dynamics. 2019. Vol. 54. No. 7. Pp. 970–977.
10. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. Modeling the Dynamics of Shock Impact on Aqueous Foams with Account for Viscoelastic Properties and Syneresis Phenomena // Fluid Dynamics. 2020. Vol. 55. No. 5. Pp. 604–608.
11. Zhdan S. A. Numerical Modeling of the Explosion of a High Explosive (HE) Charge in Foam // Combust., Explos., Shock Waves. 1990. Vol. 26. No. 2. Pp. 221–227.
12. Kinney G., Graham K. Explosives shocks in Air. Berlin: Springer, 1985. P. 282.
13. Hartman W., Boughton B., Larsen M. Blast mitigation capabilities of aqueous foam. United States: N. p., 2006. P. 98.
14. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. Wave dynamics and vortex formation under the impact of a spherical impulse on the boundary between gas and aqueous foam // J. Phys.: Conf. Series. 2019. Vol. 1268. ID 012015.
15. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. Dynamics of a spherical explosion in aqueous foam taking into account heat-exchange and dissipative processes // J. Phys.: Conf. Series. 2019. Vol. 1400. ID 077027.
16. Болотнова Р. Х., Гайнуллина Э. Ф. Моделирование динамики ударного импульса в трубе с внутренним слоем водной пены // Вестник Южно-Уральского гос. ун-та. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2021. Т. 14. №1. С. 118–125.
17. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. Influence of the dissipative properties of aqueous foam on the dynamics of shock waves // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2020. Vol. 61. No. 4. Pp. 510–516.
18. Monloubou M., Le Clanche J., Kerampran S. New experimental and numerical methods to characterise the attenuation of a shock wave by a liquid foam // Actes 24eme Congres Francais de Mecanique. Brest: Association Francaise de Mecanique (AFM). 2019. ID 255125.
19. Jourdan G., Marian C., Houas L. et al. Analysis of shock-wave propagation in aqueous foams using shock tube experiments // Phys. Fluids. 2015. Vol. 27. ID 056101.
20. OpenFOAM. The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox (2021). URL: <http://www.openfoam.com>.
21. Nigmatulin R. I. Dynamics of Multiphase Media. New York: Hemisphere, 1990. P. 532.
22. Landau L. D., Lifshitz E. M. Fluid Mechanics. Oxford: Pergamon Press, 1987. P. 554.
23. Peng D. Y., Robinson D. B. A new two-constant equation of state // Industrial and Engineering Chemistry: Fundamentals, 1976. Vol. 15. Pp. 59–64.
24. Nigmatulin R. I., Bolotnova R. Kh. Wide-Range Equation of State of Water and Steam: Simplified Form // High Temperature. 2011. Vol. 49. No. 2. Pp. 303–306.
25. Dollet B., Raufaste C. Rheology of aqueous foams // Comptes Rendus Physique. 2014. Vol. 15. Pp. 731–747.

Поступила в редакцию 11.06.2021 г.

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2021.3.1

INFLUENCE OF VISCOELASTIC PROPERTIES OF AQUEOUS FOAM ON THE DYNAMICS OF WEAK SHOCK WAVES

© E. F. Gainullina

Bashkir State University

32 Zaki Validi Street, 450076 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.

*Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Center of RAS
71 Oktyabrya Avenue, 450054 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*

Phone: +7 (347) 235 52 55.

Email: elina.gef@yandex.ru

Features of the weak shock wave dynamics in the horizontal shock tube filled with air and containing the aqueous foam layer were studied theoretically. Modeling of the process under study was carried out using the proposed two-phase model of aqueous foam, which included the laws of conservation of mass, momentum, energy and dynamics of the water phase volumetric content in accordance with one-pressure, one-velocity, one-temperature approximations. The aqueous foam behavior was described by Hooke's law of elasticity, if the shear stresses do not exceed the elastic limit. In the case of larger deformations, the foam transforms into a viscoplastic state, which was modeled using the effective Herschel-Bulkley viscosity. To describe the thermodynamic properties of the gas and liquid components of the aqueous foam, the equations of state in the form of Peng-Robinson and Mie-Grüneisen were used. Numerical implementation of the model was carried out in the solver developed by the author using the OpenFOAM free software. The structure of the shock wave during its propagation into the aqueous foam layer was studied. Influence of the aqueous foam viscoelastic properties on the dynamics of the shock pulse was analysed. It was shown, that the shock wave in aqueous foam consists of the main wave and its leading elastic precursor. The reliability of the proposed model and method of numerical modeling was estimated by comparative analysis of the obtained solutions and experimental data.

Keywords: weak shock wave, aqueous foam, viscoelastic properties, numerical modeling, OpenFOAM software.

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at bulletin_bsu@mail.ru if you need translation of the article.

REFERENCES

1. Vetoshkin A. G. *Fizicheskie osnovy i tekhnika protsessov separatsii peny* [Physical foundations and technology of foam separation processes]. Moscow: Infra-Inzheneriya, 2016. Pp. 404.
2. Borisov A. A., Gelfand B. E., Kudinov V. M. et al. Shock waves in water foams. *Acta Astronautica*. 1978. Vol. 5. No. 11. Pp. 1027–1033.
3. Britan A., Liverts M., Ben-Dor G. *Colloids Surf. A*. 2011. Vol. 382. Pp. 145–153.
4. Liverts M., Ram O., Sadot O. et al. Mitigation of exploding-wire-generated blast-waves by aqueous foam. *Phys. Fluids*. 2015. Vol. 27. No. 7. ID 076103.
5. Sembian S., Liverts M., Apazidis N. *Phys. Fluids*. 2016. Vol. 28. No. 9. ID 096105.
6. Medvedev S. P., Khomik S. V., Mikhalkin V. N. et al. Mitigation of explosions of hydrogen-air mixtures using bulk materials and aqueous foam. *J. Phys.: Conf. Series*. 2018. Vol. 946. ID 012061.
7. Khurshid A., Malik A. Q. *AIP Advances*. 2020. Vol. 10. ID 065130.
8. Del Prete E., Chinnayya A., Domergue L. et al. Blast wave mitigation by dry aqueous foams. *Shock Waves*. 2013. Vol. 23. No. 1. Pp. 39–53.
9. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. *Fluid Dynamics*. 2019. Vol. 54. No. 7. Pp. 970–977.
10. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. *Fluid Dynamics*. 2020. Vol. 55. No. 5. Pp. 604–608.
11. Zhdan S. A. *Combust., Explos., Shock Waves*. 1990. Vol. 26. No. 2. Pp. 221–227.
12. Kinney G., Graham K. *Explosives shocks in Air*. Berlin: Springer, 1985. Pp. 282.
13. Hartman W., Boughton B., Larsen M. *Blast mitigation capabilities of aqueous foam*. United States: N. p., 2006. Pp. 98.
14. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. *J. Phys.: Conf. Series*. 2019. Vol. 1268. ID 012015.
15. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. *J. Phys.: Conf. Series*. 2019. Vol. 1400. ID 077027.

16. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gos. un-ta. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie i programmirovaniye. 2021. Vol. 14. No. 1. Pp. 118–125.
17. Bolotnova R. Kh., Gainullina E. F. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2020. Vol. 61. No. 4. Pp. 510–516.
18. Monloubou M., Le Clanche J., Kerampran S. Actes 24eme Congres Francais de Mecanique. Brest: Association Francaise de Mecanique (AFM). 2019. ID 255125.
19. Jourdan G., Marian C., Houas L. et al. Analysis of shock-wave propagation in aqueous foams using shock tube experiments. Phys. Fluids. 2015. Vol. 27. ID 056101.
20. OpenFOAM. The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox (2021). URL: <http://www.openfoam.com>.
21. Nigmatulin R. I. Dynamics of Multiphase Media. New York: Hemisphere, 1990. Pp. 532.
22. Landau L. D., Lifshitz E. M. Fluid Mechanics. Oxford: Pergamon Press, 1987. Pp. 554.
23. Peng D. Y., Robinson D. B. Industrial and Engineering Chemistry: Fundamentals, 1976. Vol. 15. Pp. 59–64.
24. Nigmatulin R. I., Bolotnova R. Kh. High Temperature. 2011. Vol. 49. No. 2. Pp. 303–306.
25. Dollet B., Raufaste C. Comptes Rendus Physique. 2014. Vol. 15. Pp. 731–747.

Received 11.06.2021.