

УДК 550.83.017:550.837.3, 004.896

**ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГЕОЭЛЕКТРИКИ**

© М. Б. Беляева, С. В. Викторов, Ю. А. Гнатенко\*

*Башкирский государственный университет  
Стерлитамакский филиал**Россия, Республика Башкортостан, 453103 г. Стерлитамак, пр. Ленина, 49.**Тел.: +7 (3473) 33 98 65.**\*Email: valieva\_julia@mail.ru*

*В работе обосновывается аппарат использования нейросетевых технологий применительно к решению прямых и обратных задач геоэлектрики. Строится математическая модель, описывающая потенциальное поле точечного источника постоянного тока в цилиндрических кусочно-однородных средах со сплайн-аппроксимацией грани. Описывается процесс выбора архитектуры и обучения нейронной сети для прямых задач электроразведки. Представлены вычислительные эксперименты. Сравнительный анализ полученных результатов позволяет сделать вывод об эффективном использовании нейросетей для решения прямых и обратных задач геоэлектрики.*

**Ключевые слова:** электроразведка, искусственная нейронная сеть, потенциал электрического поля, месторождение, цилиндрические среды.

При изучении геологического строения недр Земли основной проблемой является задача поиска месторождений полезных ископаемых, в частности залежей углеводородов. Среди ведущих современных геофизических методов исследований особенно популярны методы разведки потенциальными электрическими полями как эффективные и экологически наиболее безопасные.

Задача интерпретации электроразведочных экспериментальных данных сводится к определению геометрии и характеристик геологического разреза по измеряемым значениям электрического поля. Очевидно, что информация о положении месторождения и его размерах позволяет оценить мощность залежей, а также целесообразность и перспективу их дальнейшей разработки [14].

Построение математических моделей для наиболее часто встречающихся реальных геологических разрезов и получение эффективных алгоритмов их решения является одним из направлений геофизики. Однако, модели строятся, как правило, без учета помех во входных данных, и, следовательно, такой подход в большинстве случаев используется только для изучения обобщенных свойств рассматриваемой системы.

Определение геометрических и физических параметров среды на основе экспериментальных значений потенциала электрического тока является обратной задачей электроразведки. Подобные задачи решаются с помощью вариационных методов, которые сводят их к многократному решению прямой задачи, что в свою очередь приводит к высокой вычислительной и временной сложности алгоритмов [10–11].

В связи с этим можно выделить следующие основные направления при решении задач геоэлектрики:

1) построение математических моделей трехмерных разрезов сложной геометрии с целью по-

полнения банка прямых задач, а также разработка методов их численного анализа;

2) эффективное решение обратных задач, т.е. компьютерная интерпретация данных полевых геофизических измерений на основе программ и алгоритмов минимизации функционалов невязки и подбор наиболее адекватной модели из банка прямых задач;

3) разработка эффективных методов решения прямых задач с целью минимизации временных затрат.

В последние десятилетия в средствах массовой информации стала чаще появляться информация о достижениях в сфере нейросетевых технологий. Это связано с расширением области применения искусственных нейронных сетей (ИНС) для решения практических задач. Среди таких задач стоит особенно выделить задачу аппроксимации функционалов, которая заложена уже в самой организации искусственных нейронных сетей. В тех случаях, когда ошибки вычислений нейронной сети (НС) незначительны, целесообразно производить замену функционалов, реализуемых численными методами, на соответствующую нейронную сеть [12; 17–19].

Практика показывает, что данное преобразование позволяет значительно уменьшить время выполнения вычислений, т.к. обученные искусственные нейронные сети способны работать с неидеальными данными и выдавать правильные ответы практически моментально [20].

В настоящей работе рассматривается построение алгоритма решения прямой и обратной задачи для случая слоистой среды кусочно-постоянной проводимости с цилиндрической неоднородностью [1; 8]. Подобные задачи представляют интерес в электроразведке глубокозалегающих протяженных локальных включений, которые могут быть представлены с определенным приближением как бес-

конечные цилиндры. Такое расположение залежей углеводородов характерно для тектонически экранированных месторождений. Эта закономерность обнаруживается как в Предуральском прогибе (его Юрюзано-Айской впадине), так и в прилегающей части Русской платформы (восточной части Башкирского свода и Бымско-Кунгурской впадине). Расположение этих нефтяных залежей, особенно в Предуральском прогибе, практически совпадает с простиранием уральских складчатых структур, в чем многие исследователи справедливо усматривали генетическую и структурно-тектоническую зависимость [6].

Рассмотрим слоистую среду

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^n \Omega_i$$

с электрическими удельными проводимостями  $\sigma_i$  и параллельными образующими соответственно. Известно, что в слое  $k$  находится цилиндрическое протяженное тело  $\Omega_0$  с границей  $S_0$  и с удельной электрической проводимостью  $\sigma_0$  (рис. 1).

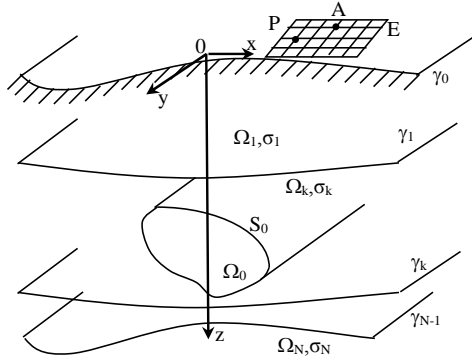


Рис. 1. Цилиндрическая кусочно-однородная среда.

Предположим, что в дискретной многосвязной области  $E$  мощности  $|E| = r^2$ , являющейся подобластью  $\Omega_1$  (площадка проведения съемки электрофизических параметров), априорно известна функция распределения потенциала  $u^{эксн}(A, P, \vec{\sigma}, S_0)$ , где  $S_0 = S_0(\vec{\zeta}(\vec{s}, t), y)$ ,  $t \in [0, 2\pi)$ ,  $-\infty < y < \infty$ , – поверхность цилиндрического «звездного» включения, заданная параметрически;  $\vec{s} = \{s_i | m \leq s_i \leq M_i, i = \overline{1, L}\}$  –  $L$ -мерный вектор ограниченных параметров,  $s_i$  – узлы интерполяции (радиусы точек направляющей от известной внутренней прямой  $O(x_{ij}, y, z_{ij})$ ,  $-\infty < y < \infty$ ,  $\vec{\zeta}(\vec{s}, t)$ , – параметрически заданная и аппроксимированная сплайном направляющая цилиндрического включения (рис. 2).

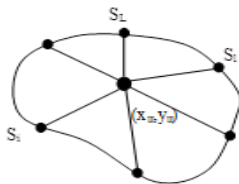


Рис. 2. Сечение направляющей цилиндрического включения.

Направляющая цилиндра находится как решение задачи минимизации функционала:

$$arg \min_E \{\Psi[\vec{s}] = \Phi[\vec{s}] + \alpha F[\vec{s}]\},$$

$$\text{где } \Phi[\vec{s}] = \sum_{i=1}^r b_i \sum_{j=1, j \neq i}^r [u_{ij}^{(\vec{s})} - u_{ij}^{эксн}]^2$$

– функционал невязки;

$$F[\vec{s}] = d \sum_{i=1}^L \xi_i (s_i - m_i)^2 + e \sum_{i=1}^m \beta_i (s_i - M_i)^2$$

– стабилизирующий

функционал при  $m \leq s_i \leq M_i$ ;  $\xi_i, \beta_i, i = \overline{1, L}$ ,  $d, e$  – весовые множители;

$u_{ij}^{эксн} = u^{эксн}(P_j, A_i)$  – экспериментальные значения потенциала в точках приемников  $P_j \in E, j = \overline{1, r}$ , положение источников  $A_i \in E, i = \overline{1, r}, j \neq i$ ;

$u_{ij} = u(P_j, A_i)$  – решение прямой задачи, в соответствующих узлах площадки  $E$ .

Математическая модель потенциального поля возбуждаемого точечным источником постоянного тока находящимся в точке  $A(x_0, 0, z_0)$  слоя  $(\Omega_i, \sigma_i)$  интенсивности  $I$ , описывается следующей краевой задачей:

$$\Delta u_i(P) = 0, P(x, y, z) \in \Omega_i, i = \overline{0, N}, i \neq l; \quad (1)$$

$$\Delta u_i(P) = -\frac{I}{2\sigma_i} \delta(x - x_0) \delta(y) \delta(z - z_0), P(x, y, z) \in \Omega_i; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial u_i(P)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, i = \overline{1, N}; \quad \left. \frac{\partial u_1(P)}{\partial n} \right|_{\gamma_0} = 0; \quad (3)$$

$$\sigma_i \left. \frac{\partial u_i(P)}{\partial n} \right|_{\gamma_i} = \sigma_{i+1} \left. \frac{\partial u_{i+1}(P)}{\partial n} \right|_{\gamma_i}, u_i(P)|_{\gamma_i} = u_{i+1}(P)|_{\gamma_i}; i = \overline{1, N-1}; \quad (4)$$

$$\sigma_0 \left. \frac{\partial u_0(P)}{\partial n} \right|_{S_0} = \sigma_k \left. \frac{\partial u_k(P)}{\partial n} \right|_{S_0}, u_0(P)|_{S_0} = u_k(P)|_{S_0}; \quad (5)$$

$$u(P) \rightarrow 0, P \rightarrow \infty, \quad (6)$$

где  $\gamma_0$  – «дневная» поверхность;  $\gamma_i$  – нижняя граница слоя  $\Omega_i, i = \overline{1, N-1}$ ;  $n$  – вектор нормали;  $\delta$  – функция Дирака.

Симметрия поля относительно плоскости  $y = 0$  и изолированность границы «земля/воздух» описывается условием (3) соответственно.

Решение прямой задачи (1)–(6) находится комбинированным методом интегральных уравнений, формируемых на основе теории потенциала двойного электрического слоя, с применением интегральных преобразований Фурье [6].

В работе [2; 9] на основе метода регуляризации А. Н. Тихонова [7; 15–16] было получено решение обратной задачи, т.е. восстановление сплайн-функциями направляющей цилиндрического включения сложной геометрии как конечномерного вектора ограниченных параметров.

Для реализации алгоритмов решения задачи (1)–(6) был разработан комплекс программ «GeoPole» для работы под ОС Windows [3]. В каче-

стве средства разработки использовалась среда IDE Borland Delphi.

С помощью программного комплекса были проведены исследования взаимного влияния различных параметров модели методом вычислительного эксперимента. Численные эксперименты показали, что относительная погрешность приближенного решения не превышает 3%, что говорит о высокой эффективности методов. Единственным негативным моментом указанных выше алгоритмов является продолжительное время счета программы, который может быть устранен в случае использования ИНС.

Теоретическим обоснованием возможности использования искусственных нейронных сетей для решения прямой задачи (1)–(6), служат:

- свойства непрерывности потенциала точечного источника постоянного тока;
- теоремы Колмогорова и Стоуна, которые решают проблему точного представления непрерывных функций с помощью функций одной переменной;
- обобщенная аппроксимационная теорема, естественным образом охватывающая и классическую теорему Стоуна, и аппроксимацию функций многих переменных суперпозициями и линейными комбинациями функций одной переменной [4].

Особую значимость при использовании нейросетей имеет их способность к обобщению, т.е. возможность выдавать близкий к правильному результат для входных векторов, которых не было в обучающем множестве. Если бы нейронные сети не обладали такой способностью, они были бы лишь механизмом запоминания, а не обработки информации. Многослойные сети оказываются универсальным инструментом аппроксимации функций [5; 13].

С целью оптимизировать время счета решения обратной задачи была предпринята попытка смоделировать и обучить многослойный перцептрон для решения задачи (1)–(6).

Входными параметрами нейросети являются:

- положение и сила тока источника постоянного тока;
- положение приемника тока;
- параметры вмещающего пространства (проводимости и глубина слоев);
- параметры включения (центр направляющей цилиндрического включения, количество и значение узлов сплайна).

Выход – значение потенциала в приемнике.

Для обучения нейронной сети (на основе данных, полученных при решении прямой задачи программой «GeoPole») использовалась программа «NeuroSolutions», с помощью которой была разработана архитектура, реализована и обучена ИНС, моделирующая решение прямой задачи электроразведки цилиндрической кусочно-однородной среды. На основе полученной ИНС были созданы .dll-библиотеки и модифицированы в программу «GeoPole». Были проведены сравнения решений прямой задачи, вычисленные с помощью программы «GeoPole» и с использованием нейронной сети. В результате обучения и тестирования сети получены следующие характеристики (табл. 1–2).

На рис. 3 приведено сравнение графиков распределения аномального потенциала. Кривая 1 является графиком распределения потенциала, рассчитанного численно с помощью программы «GeoPole», кривая 2 – с применением ИНС.

Вычислительный эксперимент проводился при следующих параметрах:

- вид потенциала – аномальный;
- вид вмещающего пространства – полупространство;
- среда однородная;
- вид направляющей – эллипс произвольной формы;
- положение источника постоянного в точке  $A(0,0,0)$ ;
- профиль приемника –  $P(x, 0, 1)$ ,  $x \in [-20; 30]$ ;
- отношение проводимости вмещающего пространства к проводимости включения  $\frac{\sigma_1}{\sigma_0} = 0.01$ ;
- сила тока  $I = 1$  А;
- полуоси эллипса  $a = 11$  м и  $b = 10$  м;
- глубина цилиндрического включения 20 м.

Таким образом, значения потенциала, рассчитанные с помощью программы «GeoPole» и ИНС, отличаются в среднем не более чем на 4%. При этом время решения прямой задачи при использовании ИНС значительно снизилось (табл. 3).

При решении обратной задачи поиска направляющей цилиндрического включения сложной геометрии время счета при использовании обученной нейросети сократилось более чем в 700 раз.

Таблица 1

Параметры обучения и тестирования ИНС

Вид направляющей	Эллипс	Круг
	произвольной формы	произвольной формы
количество входов	27	27
Количество выходов	1	1
Слоев	3 (один скрытый)	3 (один скрытый)
Обучающих наборов	2458	2143
Тестовая выборка	242	257
Эпох обучения	65500	63370
Время обучения, ч	1:39	0:17
Алгоритм обучения	метод обратного распространения ошибки	
Функция активации	Сигмоида	Сигмоида
Скорость обучения	(с параметром 0.5)	(с параметром 0.5)
	0.1	0.1

Таблица 2

Результат обучения ИНС

	Обозначение	Значение
MSE	среднее квадратическое отклонение	0.001292013
NMSE	нормализованное среднеквадратическое отклонение	0.014528599
MAE	среднее арифметическое отклонение	0.018791565
Min Abs Error	минимальное арифметическое отклонение	6.51908E-05
Max Abs Error	максимальное арифметическое отклонение	0.412164114
r	коэффициент линейной корреляции	0.992712287

Таблица 3

Время решения прямой задачи, с

Программный комплекс «GeoPole»	ИНС
0.666	0.047

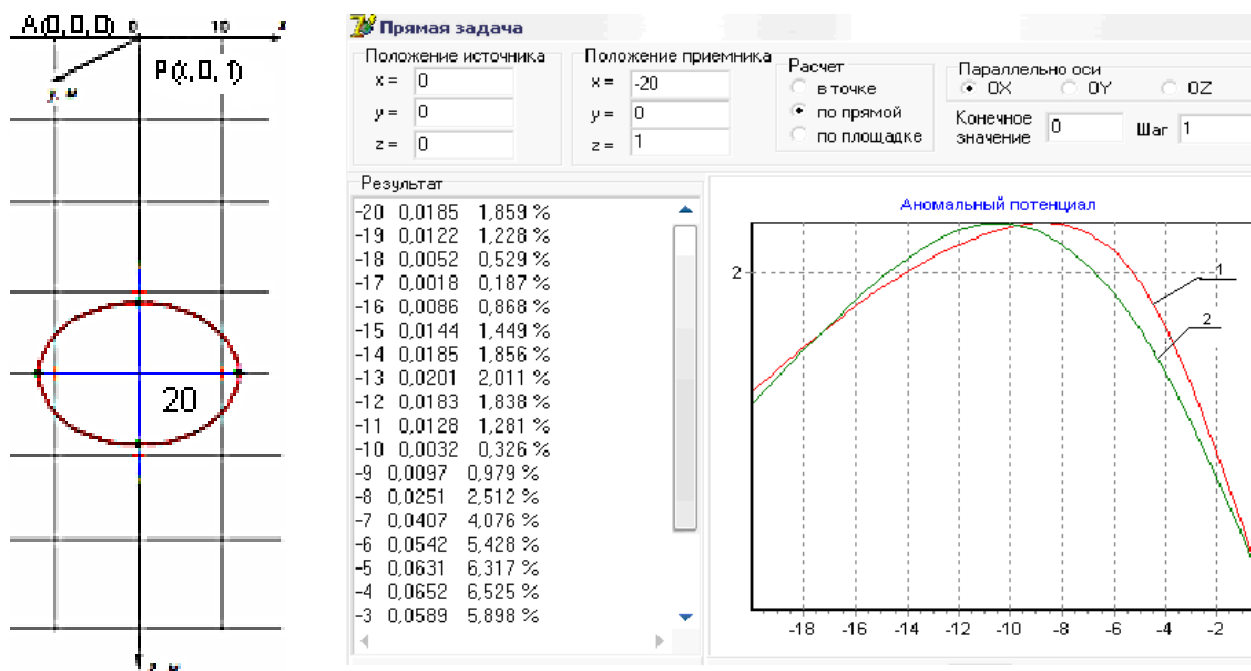


Рис. 3. Профили аномального потенциала по оси Oх.

Таблица 4

Решение обратной задачи с помощью «GeoPole» и ИНС

Параметры	«GeoPole»	ИНС
Геометрические параметры описания направляющей	s0, м	20
	s1, м	20.5
	s2, м	20
	s3, м	20.5
	s4, м	20
	s5, м	19.5
	s6, м	20
s7, м	20	
Погрешность решения d, %	5.36	5.79
Значение функционала $F_1(\vec{s})$	1.05E-6	1.39E-6
Количество обращений к прямой задаче	109	97
Время (чч:мм:сс)	00:13:56	00:00:23

В табл. 4 представлены решения обратной задачи, реализованные численным и нейросетевым методами. Оба метода достаточно точно определили форму исследуемого объекта. Вычисления проводились при следующих значениях параметров: сила тока  $I = 1 \text{ A}$ , отношение проводимости вмещающего пространства к проводимости включения  $\frac{\sigma_1}{\sigma_0} = 0.01$ , цилиндрическое включение размещалось на глубине 30 м, площадка наблюдения  $E: [-20, 20] \times [-20, 20]$  с количеством источников/приемников  $p=16$ , погрешность в исходных данных равна нулю.

Решение обратной задачи, т.е. поиск минимума функционала, осуществлялось методом Хука-Дживса, который относится к алгоритмам вариационного типа, ориентированных на поиск минимумов сильно овражных функций.

В качестве начального приближения брался круговой цилиндр с радиусом направляющей 10 м. Полученные значения демонстрируют найденное в процессе квази-решения задачи.

Сравнительный анализ полученных результатов позволяет сделать вывод об эффективном использовании нейросетей для решения прямых и обратных задач геоэлектрики.

Таким образом, применение ИНС в задачах геоэлектрики представляет собой удобный инструмент для моделирования, анализа и интерпретации электромагнитных и других геофизических данных. Однако, необходимо учитывать, что нейросети не являются панацеей при решении задач, и прежде всего это связано с основными недостатками аппарата нейронных сетей, таких как отсутствие строгой теории по выбору структуры НС и практическая невозможность извлечения приобретенных знаний из обученной НС, так как нейронная сеть – это зачатую всегда «вещь в себе», так называемый «черный ящик» для исследователя.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Беляева М. Б. Математическое моделирование геоэлектрических полей кусочно-однородных сред в присутствии цилиндрического тела, с аппроксимированной сплайном границей // Труды Средневолжского математического общества. 2006. Т. 8. №1. С. 170–175.
2. Беляева М. Б., Кризский В. Н. Математическое моделирование электрических полей в цилиндрических кусочно-однородных средах со сплайн-аппроксимацией границ // Мат-лы 33-й сессии Междунар. семинара им. Д. Г. Успенского, Екатеринбург, 30 января – 3 февраля 2006 г. Екатеринбург: Институт геофизики УрО РАН, 2006. С. 30–34.
3. Беляева М. Б., Кризский В. Н. Программный комплекс математического моделирования электрических полей в цилиндрических кусочно-постоянных средах. Разработка, электронная программа. М.: ВНИИЦ, 2006. №50200602198.
4. Горбань А. Н. Обобщенная аппроксимационная теорема и вычислительные возможности нейронных сетей // Сибирский журнал вычисл. математики. 1998. Т. 1. №1. С. 12–24.
5. Горбань А. Н., Дунин-Барковский В. Л., Кирдин А. Н. и др. Нейроинформатика. Новосибирск: Наука. Сибирское предприятие РАН, 1998. 296 с.
6. Горожанин В. М. Рафтовая модель строения прибортовой зоны Предуральяского прогиба // Геология. Известия Отд. наук о Земле и природных ресурсов АН РБ, 2009. Уфа: УНЦ РАН, 2009. №14. С. 139–143.
7. Жданов М. С. Теория обратных задач и регуляризации в геофизике. М.: Научный мир, 2007. 712 с.
8. Кильдибекова Г. Я. Поле точечного источника тока в горизонтально-слоистой среде с цилиндрическим включением // Численные методы решения уравнений матем. физики. Уфа: БФАН СССР, 1986. С. 64–74.
9. Кризский В. Н., Викторов С. В., Беляева М. Б. Математическое моделирование геоэлектрических полей в кусочно-одномерных квазитрехмерных средах. Стерлитамак: СФ БашГУ, 2014. 90 с.
10. Оборнев Е. А., Шимелевич М. И., Оборнев И. Е. Построение функций параметризации геоэлектрических сред на основе монотонных эрмитовых сплайнов в задачах ЭМ зондирования // Электромагнитные исследования Земли. М.: ИФЗ РАН, 2009. С. 111–112.
11. Оборнев Е. А., Шимелевич М. И., Оборнев И. Е. Разработка алгоритмов параметризации геоэлектрических сред на основе монотонных сплайнов в задачах электромагнитных зондирования // Изв. вузов. Геология и разведка. 2010. №6. С. 55–59.
12. Оборнев И. Е., Родионов Е. А. Численные методы решения многомерных обратных задач геоэлектрики с применением нейросетевых технологий // Тезисы IV Междунар. молодежной научной школы-конф. «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач». Новосибирск, Академгородок, 5–15 августа 2012. Новосибирск: Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН. С. 91.
13. Спичак В. В., Попова И. В. Методология нейросетевой инверсии геофизических данных // Физика Земли. 2005. №3. С. 71–85.
14. Спичак В. В., Фукуока К., Кобаяши Т., Моги Т., Попова И. В., Шима Х. Исследование геоэлектрической структуры зоны разломов Мину (остров Кюсю, Япония) по данным аудиоманнитотеллурики // Физика Земли. 2005. №4. С. 67–79.
15. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Ягола А. Г., Степанов В. В. Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990. 232 с.
16. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
17. Шимелевич М. И., Оборнев Е. А. Применение метода нейронных сетей для аппроксимации обратных операторов в задачах электромагнитных зондирования // Изв. ВУЗов. Геология и разведка. 1999. №2. С. 63–73.
18. Шимелевич М. И., Оборнев Е. А., Гаврюшов С. А. Техника построения нейронных сетей для решения многопараметрических обратных задач магнитотеллурического зондирования // Изв. ВУЗов. Геология и разведка, 2001. №6. С. 129–137.
19. Spichak V. V. Neural network reconstruction of macro-parameters of 3-D geoelectric structures // Electromagnetic Sounding of the Earth's Interior / ed. V. V. Spichak. Amsterdam: Elsevier, 2007. P. 220–258.
20. Poulton M. Neural networks as an intelligence amplification tool: a review of applications // Geophysics, 2002. V. 67. P. 979–993.

Поступила в редакцию 20.07.2018 г.

## FEATURES OF APPLYING NEURAL NETWORK IN SOLUTION OF DIRECT AND INVERSE GEOELECTRIC PROBLEMS

© M. B. Belyaeva, S. V. Viktorov, Yu. A. Gnatenko\*

*Bashkir State University, Sterlitamak branch  
49 Lenin Avenue, 450103 Sterlitamak, Republic of Bashkortostan, Russia.*

*Phone: +7 (3473) 33 98 65.*

*\*Email: valieva\_julia@mail.ru*

The prospecting methods for locating mineral deposits by potential electric fields are efficient and the safest in ecological terms. The inverse problem of the electric prospecting is the determination of geometrical and physical properties of environment based on experimental values of an electric field potential. The inverse problems are solved by variation methods which reduce them to the multiple solution of a direct problem. It results in large computation and temporary difficulties of algorithms. It is possible to apply neural networks to minimize temporary expenditure. The authors of the article suggested to replace numerically implemented functional with neural network. In this article, the authors considered creation of the solution algorithm of direct and inverse problems for the case of a layered environment of piecewise-constant conduction with cylindrical inhomogeneity. The mathematical model of a potential field with a direct current point source was described. The GeoPole program was developed for the realization of the numerical solution algorithms of the direct problem. Also neural networks are applied to model operation of the direct problem solution. The NeuroSolutions program was used for tutoring the neural network. The architecture of the neural network was developed by means of this program. The direct problem solutions received by the numerical method and by application of the neural network were compared. The potential values calculated numerically and by means of a neural network differ for no more than 4%. The calculation time with the use of neural network was 15 times shorter dealing with the direct problem and more than 700 times shorter dealing with the inverse problem. Therefore, a conclusion can be drawn that application of neural networks is efficient in solution of geoelectric problems.

**Keywords:** electric prospecting, neural network, potential of electric field, mineral deposits, cylindrical environments.

Published in Russian. Do not hesitate to contact us at [bulletin\\_bsu@mail.ru](mailto:bulletin_bsu@mail.ru) if you need translation of the article.

### REFERENCES

1. Belyaeva M. B. Trudy Srednevolzhskogo matematicheskogo obshchestva. 2006. Vol. 8. No. 1. Pp. 170–175.
2. Belyaeva M. B., Krizskii V. N. Mat-ly 33-i sessii Mezhdunar. seminara im. D. G. Uspenskogo, Ekaterinburg, 30 yanvarya – 3 fevralya 2006 g. Ekaterinburg: Institut geofiziki UrORAN, 2006. Pp. 30–34.
3. Belyaeva M. B., Krizskii V. N. Programmnyi kompleks matematicheskogo modelirovaniya elektricheskikh polei v tsilindricheskikh kusochno-postoyannykh sredakh. Razrabotka, elektronnaya programma. Moscow: VNTITS, 2006. No. 50200602198.
4. Gorban' A. N. Sibirskii zhurnal vychisl. matematiki, 1998. Vol. 1. No. 1. Pp. 12–24.
5. Gorban' A. N., Dunin-Barkovskii V. L., Kirdin A. N. i dr. Neiroinformatika [Neuroinformatics]. Novosibirsk: Nauka. Sibirskoe predpriyatie RAN, 1998.
6. Gorozhanin V. M. Geologiya. Izvestiya Otd. nauk o Zemle i prirodnykh resursov AN RB, 2009. Ufa: UNTs RAN, 2009. No. 14. Pp. 139–143.
7. Zhdanov M. S. Teoriya obratnykh zadach i regulyaryzatsii v geofizike [The theory of inverse problems and regularization in geophysics]. Moscow: Nauchnyi mir, 2007.
8. Kil'dibekova G. Ya. Chislennyye metody resheniya uravnenii matem. fiziki. Ufa: BFAN SSSR, 1986. Pp. 64–74.
9. Krizskii V. N., Viktorov S. V., Belyaeva M. B. Matematicheskoe modelirovanie geoelektricheskikh polei v kusochno-odnomernykh kvazitrekhnernykh sredakh [Mathematical modeling of geoelectric fields in piecewise one-dimensional quasi-three-dimensional media]. Sterlitamak: SF BashGU, 2014.
10. Osborne E. A., Shimelevich M. I., Osborne I. E. Elektromagnitnye issledovaniya Zemli. Moscow: IFZ RAN. 2009. Pp. 111–112.
11. Osborne E. A., Shimelevich M. I., Osborne I. E. Izv. vuzov. Geologiya i razvedka. 2010. No. 6. Pp. 55–59.
12. Osborne I. E., Rodionov E. A. Tezisy IV Mezhdunar. molodezhnoi nauchnoi shkoly-konf. «Teoriya i chislennyye metody resheniya obratnykh i nekorrektnykh zadach». Novosibirsk, Akademgorodok, 5–15 avgusta 2012. Novosibirsk: Institut matematiki im. S. L. Soboleva SO RAN. Pp. 91.
13. Spichak V. V. Popova I. V. Fizika Zemli. 2005. No. 3. Pp. 71–85.
14. Spichak V. V., Fukuoka K., Kobayashi T. Fizika Zemli. 2005. No. 4. Pp. 67–79.

15. Tikhonov A. N., Goncharkii A. V., Yagola A. G., Stepanov V. V. Chislennyye metody resheniya nekorrektnykh zadach [Numerical methods for solving ill-posed problems]. Moscow: Nauka, 1990.
16. Tikhonov A. N., Arsenin V. Ya. Metody resheniya nekorrektnykh zadach [Methods for solving ill-posed problems]. Moscow: Nauka, 1986.
17. Shimelevich M. I., Osborne E. A. Izv. VUZov. Geologiya i razvedka. 1999. No. 2. Pp. 63–73.
18. Shimelevich M. I., Osborne E. A., Gavryushov S. A. Izv. VUZov. Geologiya i razvedka, 2001. No. 6. Pp. 129–137.
19. Spichak V. V. Electromagnetic Sounding of the Earth's Interior / ed. V. V. Spichak. Amsterdam: Elsevier, 2007. Pp. 220–258.
20. Poulton M. Geophysics, 2002. Vol. 67. Pp. 979–993.

*Received 20.07.2018.*